

6

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DE UMA SUSPENSÃO PNEUMÁTICA SEMI-ATIVA NÃO-LINEAR  
PARA VEÍCULOS DE CARGA BASEADA EM LÓGICA FUZZY

Leandro Reis Simões

São Paulo  
2005

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DE UMA SUSPENSÃO PNEUMÁTICA SEMI-ATIVA NÃO-LINEAR  
PARA VEÍCULOS DE CARGA BASEADA EM LÓGICA FUZZY**

Trabalho de formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Graduação em Engenharia

**Leandro Reis Simões**

**Orientador: Prof. Dr. Agenor de  
Toledo Fleury**

**Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica**

**São Paulo  
2005**

TF-05  
Si 51 e

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600011819

**FICHA CATALOGRÁFICA**

**Simões, Leandro Reis**

**Estudo de uma suspensão pneumática semi-ativa não-linear para veículos de carga baseada em lógica fuzzy / L.R. Simões. -- São Paulo, 2005.**

**98 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1.Sistemas não-lineares (Modelagem; Controle) 2.Suspensão mecânica 3.Veículos de carga 4.Fuzzy I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.**

**A minha Família, com o mesmo Amor e Carinho em que vivemos.**

**A minha namorada pelo Companheirismo e Apoio.**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a DEUS, simplesmente pela oportunidade de poder completar mais esta etapa de minha vida!

A minha família pelos exemplos de trabalho, luta e dedicação. E acima de tudo pelo infinito amor em que criaram seus filhos para a vida.

A minha namorada pela dedicação e apoio intermináveis nesta fase de minha vida.

Aos meus mestres que contribuíram de forma essencial na minha formação intelectual e profissional. Em especial aos meus orientadores neste trabalho: Agenor de Toledo Fleury, Raul Gonzales Lima, Tarcisio Antônio Hess Coelho e também ao professor Roberto Spinola Barbosa pelo incentivo e motivação no início deste trabalho.

Aos colegas da DaimlerChrysler por me guiarem na minha primeira jornada profissional. Em especial aos amigos da Área de Conceito de Veículo Completo e da Área de Testes Funcionais e de Durabilidade.

## **RESUMO**

Este trabalho apresenta um estudo sobre um modelo de uma suspensão pneumática semi-ativa baseada em um controlador fuzzy. Também são avaliadas as duas principais suspensões aplicadas a veículos de carga tipo cavalo-mecânico – suspensão metálica de feixe de molas e suspensão pneumática. Neste trabalho objetiva-se aprimorar o conhecimento sobre o comportamento não-linear de molas pneumáticas e avaliar o potencial do controle de sua rigidez pela variação da pressão interna do gás na mola. É realizada a modelagem e a simulação de um veículo utilizando os três sistemas de suspensão, sendo considerado comportamento linear para o sistema metálico e comportamento não-linear para os sistemas pneumáticos, onde o comportamento não-linear da mola pneumática passiva é determinado a partir de dados de ensaios empíricos da mola e para o sistema semi-ativo, um modelo a partir do equacionamento termodinâmico foi desenvolvido. Os resultados das simulações numéricas dos três sistemas permitem uma comparação da dinâmica do veículo com os três modelos de suspensão, onde pode ser verificado o comportamento dinâmico superior do sistema pneumático semi-ativo com relação aos outros dois modelos passivos.

## **ABSTRACT**

This work presents a study on a semi-active suspension system based on fuzzy control. The mainly applied suspensions of load vehicles type truck-tractor – metallic suspension type leaf spring and pneumatic suspension – are also evaluated. The purpose of this work is to improve the knowledge on the nonlinear behavior of pneumatic springs and to evaluate the potential of control of its stiffness by the variation of the gas pressure inside the spring chamber. Then, the modeling and the simulation of a vehicle using the three systems of suspension is carried through, considering linear behavior for the metallic system and nonlinear behavior for the pneumatic systems, where the nonlinearities of the passive pneumatic spring is determined from data of empirical benches tests of the spring and for the semi-active suspension, a model based on the thermodynamic behavior was developed. The results of the numerical simulations of the three systems allow a comparison of the dynamics of the vehicle with the three models of suspension, where the superior dynamic behavior of the pneumatic semi-active system can be verified.

## SUMÁRIO

### RESUMO

### ABSTRACT

### LISTA DE FIGURAS

### LISTA DE TABELAS

### LISTA DE SÍMBOLOS

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1. RELEVÂNCIA E JUSTIFICATIVA .....	1
1.2. OBJETIVOS.....	3
1.3. ESCOPO.....	5
<b>2. DESTAQUE: PANORAMA DO TRANSPORTE DE CARGAS.....</b>	<b>7</b>
<b>3. REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>8</b>
<b>4. SUSPENSÃO VEICULAR.....</b>	<b>11</b>
4.1. CONCEITO.....	11
4.1.1. Curvas características de molas .....	14
4.1.2. Energia Armazenada na Mola .....	18
4.2. SISTEMAS NÃO-LINEARES .....	19
4.3. NORMAS .....	25
<b>5. SUSPENSÃO METÁLICA .....</b>	<b>29</b>
<b>6. SUSPENSÃO PNEUMÁTICA.....</b>	<b>31</b>
6.1. DESCRIÇÃO.....	31
6.2. HISTÓRIA .....	33
6.3. COMPORTAMENTO.....	35
6.4. TERMODINÂMICA .....	36
6.4.1. Processo Isotérmico .....	36
6.4.2. Processo Adiabático.....	37
6.5. CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS.....	37
6.5.1. Área Efetiva .....	37
6.5.2. Força e Rigidez.....	38
6.5.3. Frequência Natural.....	39
6.5.4. Transmissibilidade .....	40
<b>7. MODELAGEM DOS SISTEMAS PASSIVOS .....</b>	<b>41</b>
7.1. HIPÓTESES CONSIDERADAS .....	41
7.2. SUSPENSÃO METÁLICA.....	42
7.3. SUSPENSÃO PNEUMÁTICA PASSIVA .....	47
7.4. VARIAÇÃO DA ENERGIA POTENCIAL DAS MOLAS PASSIVAS .....	56
<b>8. SISTEMAS ATIVOS X SEMI-ATIVOS * .....</b>	<b>57</b>
<b>9. MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA SEMI-ATIVO.....</b>	<b>59</b>
9.1. V.C. <sub>B</sub> - BOLSA PNEUMÁTICA .....	59
9.2. V.C. <sub>R</sub> - RESERVATÓRIO.....	63
9.3. V.C. <sub>DY</sub> - DUTOS E VÁLVULA DE CONTROLE .....	63
<b>10. SISTEMA DE CONTROLE.....</b>	<b>66</b>
10.1. LÓGICA FUZZY - INTRODUÇÃO.....	66
10.2. MODELAGEM E CONTROLE DE SISTEMAS .....	67
10.2.1. Método Experimental.....	68

10.2.2.	Método de Modelagem Matemática.....	69
10.2.3.	Método Heurístico.....	70
10.3.	BIVALÊNCIA E MULTIVALÊNCIA .....	72
<b>11.</b>	<b>CONTROLADOR FUZZY.....</b>	<b>73</b>
11.1.	REGRAS .....	75
<b>12.</b>	<b>SIMULAÇÃO .....</b>	<b>76</b>
12.1.	DADOS UTILIZADOS .....	76
12.2.	IMPLEMENTAÇÃO .....	77
12.3.	RESULTADOS.....	81
12.3.1.	Eixo Dianteiro .....	81
12.3.2.	Eixo Traseiro.....	83
12.3.3.	Veículo – Movimento Vertical.....	85
12.3.4.	Veículo – Movimento Angular .....	88
12.3.5.	Sinal de Saída do Controlador Fuzzy.....	91
<b>13.</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>92</b>
<b>14.</b>	<b>PASSOS FUTUROS .....</b>	<b>94</b>
<b>LISTA DE REFERÊNCIAS .....</b>		<b>95</b>

## **LISTA DE FIGURAS**

<b>Fig. 1 – Exemplo de Cavalo-Mecânico 4x2.....</b>	<b>3</b>
<b>Fig. 2 – Esquema do plano vertical longitudinal do veículo. ....</b>	<b>3</b>
<b>Fig. 3 – Trecho da rodovia BR316 (divisa PE/AL) .....</b>	<b>6</b>
<b>Fig. 4 – Modelo para sistema anti-roll.....</b>	<b>8</b>
<b>Fig. 5 – Esquema de um amortecedor veicular hidráulico. ....</b>	<b>11</b>
<b>Fig. 6 – Exemplos de suspensões .....</b>	<b>11</b>
<b>Fig. 7 – Esquema de uma barra estabilizadora.....</b>	<b>12</b>
<b>Fig. 8 - Curvas características de molas.....</b>	<b>13</b>
<b>Fig. 9 - A característica é uma reta de inclinação constante. ....</b>	<b>14</b>
<b>Fig. 10 – Esquema massa-mola-amortecedor. ....</b>	<b>15</b>
<b>Fig. 11 – Feixe duplo: a)esquema; b) curva característica. ....</b>	<b>16</b>
<b>Fig. 12 – a) Curvas de Força x Deformação em função da pressão de calibração b) Modelo esquemático adotado para o pneu. ....</b>	<b>17</b>
<b>Fig. 13 – Formas de onda de oscilações naturais do sistema .....</b>	<b>19</b>
<b>Fig. 14 – Curvas de amplitude em função da freqüência para oscilações naturais....</b>	<b>20</b>
<b>Fig. 15– Curvas de resposta em freqüência mostrando ressonâncias com saltos.....</b>	<b>21</b>
<b>Fig. 16 – Formas de onda de entrada e saída sob oscilação subarmônica.....</b>	<b>22</b>
<b>Fig. 17 – Curva de <math> \omega - \omega_0 </math> em função de <math>\omega</math> mostrando a região de Sincronismo de freqüência.....</b>	<b>23</b>
<b>Fig. 18 – Peso Bruto Total - PBT. ....</b>	<b>26</b>
<b>Fig. 19 – Peso Bruto Total Combinado - PBTC. ....</b>	<b>26</b>
<b>Fig. 20 – Feixe de molas. a) esquema; b) detalhe do olhal. ....</b>	<b>28</b>
<b>Fig. 21 – Comparação entre feixe de molas e viga sólida. ....</b>	<b>29</b>
<b>Fig. 22 – Suspensão Pneumática: a) duas bolsas por eixo b) quatro bolsas por eixo.</b>	<b>31</b>
<b>Fig. 23 – Ilustração da patente concedida a John Lewis.....</b>	<b>33</b>
<b>Fig. 24 – Seção transversal de uma mola pneumática (Goodyear modelo 1R12-10).</b>	<b>34</b>
<b>Fig. 25 – Ilustração de uma quinta-roda.....</b>	<b>41</b>
<b>Fig. 26 – Modelo considerado. ....</b>	<b>42</b>
<b>Fig. 27 – Modelo pneumático.....</b>	<b>46</b>
<b>Fig. 28 – Curvas <math>F</math> x <math>z</math> (Firestone modelo 1R1A - 390 -295). b) secção transversal..</b>	<b>47</b>

<b>Fig. 29 – Curvas empíricas (Goodyear modelo 1R10-089).....</b>	48
<b>Fig. 30 – Curvas geradas .....</b>	51
<b>Fig. 31– Potência acumulada nas molas.....</b>	56
<b>Fig. 32 - Esquema do Sistema Semi-Ativo. ....</b>	58
<b>Fig. 33 – a) Curva <math>F_b \times z</math> a partir dos dados empíricos;</b>	
<b>b) Curva <math>F_b \times z</math> a partir do modelo matemático. ....</b>	62
<b>Fig. 34 – Esquema exemplificando parâmetro <math>R_e</math> controlado pelo Sistema Fuzzy....</b>	65
<b>Fig. 35 – Resultado das simulações de Um Quarto do Veículo entrada</b>	
<b>tipo lombada e com duas condições de abertura da válvula.....</b>	73
<b>Fig. 36 – Resultado das simulações de Um Quarto do Veículo entrada</b>	
<b>tipo buraco e com duas condições de abertura da válvula.....</b>	74
<b>Fig. 37 – Funções de pertinência de entrada.....</b>	74
<b>Fig. 38 – Função de pertinência da saída.....</b>	75
<b>Fig. 39 – Diagrama de Regras (fuzzyfication &amp; defuzzyfication).....</b>	75
<b>Fig. 40 – Diagrama de Blocos utilizado para simulação dos três modelos.....</b>	79

## **LISTA DE TABELAS**

**Tabela 1 — Determinação dos pontos das curvas  $F \times z$ .....**51

**Tabela 2 — Tabela de dados de entrada e saída.....**68

## LISTA DE SÍMBOLOS

$K$	Rigidez da mola [N/m]
$F$	Força atuante na mola [N]
$z$	Deformação elástica da mola [m]
$m$	Massa suspensa [kg]
$k$	Rigidez da mola [N/m]
$b$	Coeficiente de amortecimento [N.s/m]
$x$	Deslocamento da massa suspensa [m]
$\dot{x}$	Velocidade de deslocamento da massa suspensa [m/s]
$\ddot{x}$	Aceleração de deslocamento da massa suspensa [m/s <sup>2</sup> ]
$\omega_n$	Freqüência natural [rad/s]
$b_c$	Coeficiente de amortecimento crítico [N.s/m]
$\zeta$	Fator de amortecimento
$\omega_d$	Freqüência natural amortecida [rad/s]
$E_{mola}$	Energia da mola [J]
$k'$	Coeficiente de rigidez não linear
$P_1$	Pressão absoluta inicial [Pa]
$P_2$	Pressão absoluta final [Pa]
$V_1$	Volume inicial [m <sup>3</sup> ]
$V_2$	Volume final [m <sup>3</sup> ]
$\gamma$	Relação entre os calores específicos a pressão constante e a volume constante
$c_p$	Calor específico a pressão constante [J/kg.K]
$c_v$	Calor específico a volume constante [J/kg.K]
$p$	Pressão absoluta [Pa]
$A_e$	Área efetiva [m <sup>2</sup> ]
$V$	Volume interno da mola pneumática [m <sup>3</sup> ]
$p_{atm}$	Pressão atmosférica [Pa]
$p_{re}$	Pressão relativa [Pa]
$K_{din}$	Rigidez dinâmica da mola pneumática [K/m]
$K_{est}$	Rigidez estática da mola pneumática [K/m]
$f_n$	Freqüência natural [Hz]
$g$	Aceleração da gravidade [m/s <sup>2</sup> ]
$f_f$	Freqüência de excitação [Hz]
$T$	Transmissibilidade [%]
$a$	distâncias entre o Centro de Gravidade do veículo e o eixo dianteiro [m]
$b$	distâncias entre o Centro de Gravidade do veículo e o eixo traseiro [m]
$k_d$	rigidez dos pneus dianteiros [N/m]
$k_t$	rigidez dos pneus traseiros [N/m]
$K_d$	rigidez das molas dianteiras [N/m]
$K_t$	rigidez das molas traseiras [N/m]
$c_d$	coeficiente de amortecimento dos pneus dianteiro [N.s/m]

$c_t$	coeficiente de amortecimento dos pneus traseiro [N.s/m]
$C_d$	coeficiente de amortecimento dos amortecedores dianteiros [N.s/m]
$C_t$	coeficiente de amortecimento dos amortecedores traseiros [N.s/m]
$M_v$	Massa do veículo [kg]
$J_v$	Momento de inércia em torno de um eixo transversal ao veículo [kg.m <sup>2</sup> ]
$m_d$	Massa suspensa do eixo dianteiro [kg]
$m_t$	Massa suspensa do eixo traseiro [kg]
$x_d$	Deslocamento vertical do eixo dianteiro [m]
$x_t$	Deslocamento vertical do eixo traseiro [m]
$x_v$	Deslocamento vertical do veículo [m]
$\theta$	Deslocamento angular [rad]
$\dot{\theta}$	Velocidade angular [rad/s]
$u_d$	Deslocamento de entrada dianteiro [m]
$u_t$	Deslocamento de entrada traseiro [m]
$ee$	Entre-eixos do veículo [m]
$V_{cr}$	Velocidade de cruzeiro do veículo [m/s]
$\underline{M}_M$	Matriz de Inércia do Sistema
$\underline{M}_C$	Matriz de Amortecimento do Sistema
$\underline{M}_K$	Matriz de Rígidez do Sistema
$\underline{M}_B$	Matriz de Excitação do Sistema
$\underline{A}$	Matriz da Planta do sistema
$\underline{B}$	Matriz de Entradas Controladas
$\underline{C}$	Matriz de Saída
$\underline{D}$	Matriz de Alimentação Direta
$\underline{X}$	Vetor de Estados
$\underline{U}$	Vetor de Entradas
$\underline{Y}$	Vetor de Saídas
$\Theta_{4x4}$	Matriz nula 4x4
$I_{4x4}$	Matriz identidade 4x4
$d$	Diâmetro efetivo da bolsa [m]
$h$	Distância entre a base da mola e o apoio do chassi [m]
$F_a$	Força total na mola [N]
$F$	Força dinâmica na mola [N]
$\underline{M}_k'$	Matriz de rigidez descontada a rigidez da mola traseira
$\tau$	Tempo para o veículo percorrer seu entre-eixos [s]
$N_{mola}$	Variação da energia potencial da mola [W]
$p_r$	Pressão interna do Reservatório Auxiliar [Pa]
$p_{b0}$	Pressão interna inicial na Bolsa Pneumática [Pa]
$T_r$	Temperatura interna do Reservatório Auxiliar [K]
$\nabla_{b0}$	Volume do Reservatório Auxiliar [m <sup>3</sup> ]
$T_{b0}$	Temperatura inicial na Bolsa Pneumática [K]
$F_b$	Força na Bolsa Pneumática [N]
$R$	Constante Universal dos Gases [J/kg.K]

$\rho_{b0}$	Densidade inicial do Ar na Bolsa Pneumática [kg/m <sup>3</sup> ]
$V_{b0}$	Volume inicial da Bolsa Pneumática [m <sup>3</sup> ]
$A_e$	Área efetiva [m <sup>2</sup> ]
$m_{ar}$	Massa de Ar [kg]
$\dot{m}_{ar}$	Fluxo de Massa de Ar [kg/s]

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Relevância e Justificativa

Cerca de 61% do transporte de cargas no Brasil é realizado pelo modal rodoviário [1]. A análise conclusiva dos resultados da Pesquisa Rodoviária 2004, realizado pela Confederação Nacional dos Transportes – CNT – aponta para uma situação de elevado grau de deficiência nas condições das rodovias brasileiras, o que, em termos práticos, se traduz em comprometimento dos níveis de desempenho e de segurança do setor de transportes. As deficiências na infra-estrutura rodoviária acabam, assim, por comprometer o crescimento da economia nacional. Mais notável ainda é a somatória dos dois aspectos: a importância do modal rodoviário para a economia nacional; e a infra-estrutura do transporte rodoviário. O resultado desta soma são custos elevados com manutenção de veículos, perdas e danos à carga e cada vez mais rodovias em condições precárias.

O coração do modal rodoviário: o caminhão, será avaliado neste trabalho, sob o foco do elemento chave da interação do veículo com o pavimento: a suspensão. Dentre a grande diversidade de modelos empregados no transporte de cargas nas rodovias, este estudo será direcionado nos veículos tipo cavalo-mecânico 4x2.

A suspensão do veículo é responsável, juntamente com os pneus, pela comunicação entre o pavimento e o veículo. Um sistema de suspensão que promovesse uma interface veículo-pavimento mais amigável geraria grandes benefícios para o segmento de transporte: para o motorista do veículo, seria possível um veículo mais confortável; para o responsável pelo transporte (motorista ou transportadora) seria possível transportar a carga com menos avarias, perdas e seguro contra danos mais reduzidos, além do fato de minimizar o custo do transporte (pneus, manutenção, etc.); o fabricante do veículo poderia desenvolver um projeto onde o grau de solicitação dos componentes estruturais é menor, ou seja, eixos, longarinas, travessas, coxins e suportes menos reforçados, isso impacta significativamente em veículos mais leves e baratos, já que estes fatores estão diretamente ligados ao tipo

de solicitação a que o veículo está sujeito; e o governo e a população ganham com veículos que danificam menos o pavimento das vias de tráfego.



**Fig. 1 – Exemplo de Cavalo-Mecânico 4x2**

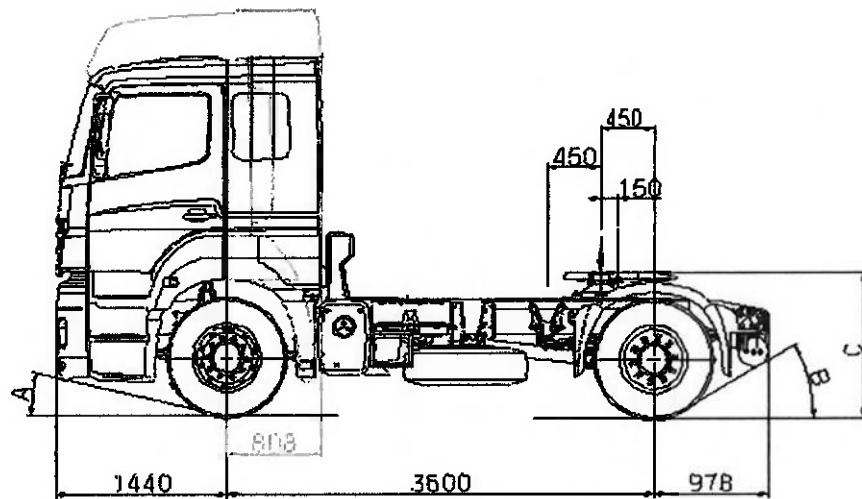
## 1.2. Objetivos

A maioria dos sistemas de suspensão ativa modernos é dotada de atuadores de potência (geralmente hidráulicos, eletromagnéticos e até mesmo pneumáticos), que trabalham em conjunto com os demais elementos da suspensão, sendo a força exercida pelo atuador geralmente controlada por um sistema eletrônico. Cita-se ainda, os sistemas semi-ativos, que variam parâmetros do sistema como, por exemplo, o coeficiente de amortecimento (amortecedores de restrição variável, rheoeletrônicos, etc.). O sistema proposto neste trabalho teria a vantagem de não acrescentar um atuador ao sistema da suspensão, uma vez que o controle seria efetuado pela variação da pressão interna das bolsas que compõe a suspensão pneumática. Outra vantagem é poder utilizar a infra-estrutura já disponível nestes veículos, que é o sistema pneumático.

O objetivo final deste trabalho é avaliar o ganho obtido com a utilização de uma suspensão pneumática semi-ativa em um veículo cavalo-mecânico 4x2, por meio de simulações numéricas de sua dinâmica em um plano vertical, longitudinal a direção de rodagem, como apresentado na Fig. 2. Sendo que a proposta para a suspensão semi-ativa é um conceito inovador, no qual se pretende atuar na dinâmica da suspensão variando-se a rigidez das bolsas pneumáticas. Para variar a rigidez das bolsas, varia-se sua pressão interna.

Porém, inicialmente será desenvolvida a modelagem e a simulação numérica da dinâmica do veículo considerando os dois modelos de suspensão traseira passivas mais utilizadas:

- metálica convencional, do tipo feixe de molas;
- pneumática;



**Fig. 2 – Esquema do plano vertical longitudinal do veículo.**

Com isso pretende-se aprimorar o conhecimento sobre o comportamento de molas pneumáticas e avaliar o potencial do controle de sua rigidez pela variação da pressão interna do gás na mola. Pretende-se, também, que os resultados das simulações apresentadas para os modelos passivos possam ser comparados com a simulação do sistema de suspensão pneumática semi-ativa, que será desenvolvido em seqüência, sendo desta maneira, possível avaliar o ganho obtido com o sistema semi-ativo proposto com relação aos modelos convencionais.

Para modelagem da suspensão metálica será considerado um modelo linear, e a simulação por Espaço de Estados. Já para o modelo dotado de suspensão traseira pneumática será desenvolvido um modelo não-linear para descrever o comportamento da mola. A idéia para a modelagem do sistema não-linear é desenvolver um modelo a partir dos ensaios empíricos realizados por fabricantes de molas pneumáticas, onde são levantadas as curvas de Força versus deslocamento da mola para vários valores de pressão interna da bolsa. Portanto, o método adotado neste trabalho apresenta um modelo que descreve o comportamento bastante próximo ao real da mola pneumática. Será realizado também um paralelo com a equação de Duffing, o que permite uma análise mais aprofundada sobre o comportamento da mola não-linear.

A partir dos modelos desenvolvidos, são apresentadas as simulações dos dois sistemas passivos e do semi-ativo para uma mesma entrada de referência. Neste

trabalho, serão apresentados os resultados das simulações para uma entrada de referência do tipo degrau e uma entrada randômica, semelhante a um ruído branco, conforme indicado em [26]. Outros tipos de sinais de excitação foram utilizados para a avaliação destes modelos, porém os resultados obtidos com os sinais mencionados já permitiram uma análise e conclusões satisfatórias para apresentação neste relatório.

Cabe aqui mencionar que outro objetivo deste trabalho é aprimorar os conhecimentos sobre sistemas de controle que não foram estudados durante a graduação, como os sistemas inteligentes. Destaca-se este interesse sobre sistemas de controle baseados em lógica fuzzy. Campo este, que apresenta um enorme potencial de aproveitamento nas mais variadas aplicações. Na área da Mecânica, sistemas inteligentes tornar-se-ão essenciais no desenvolvimento da eletrônica embarcada. Exemplos para área automotiva seriam: alternativas para o desenvolvimento de motores que atendam as normas cada vez mais rigorosas de emissão de poluentes, substituindo os modelos atuais baseados no mapeamento do motor; desenvolvimento de computadores de bordo mais eficientes e menos complexos; etc.

### **1.3. Escopo**

Em um primeiro momento, este relatório apresenta um aspecto do panorama do setor de transportes e das condições da malha rodoviária brasileira. Na seqüência, é apresentado um levantamento bibliográfico, onde são destacados alguns dos trabalhos relevantes na área de dinâmica veicular e modelagem de sistemas pneumáticos. Uma breve discussão sobre estes trabalhos se faz presente. O relatório passa então, a um enfoque descritivo, onde são revistos alguns conceitos de suspensão veicular, e na seqüência um direcionamento para os aspectos de rigidez da suspensão, buscando um detalhamento maior do elemento elástico da suspensão. Também são apresentados aspectos do comportamento de sistemas não-lineares. Posteriormente são prescritas de forma sucinta as normas relativas ao projeto de suspensões para veículos de carga – Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) – e demais aspectos relevantes ao tema.

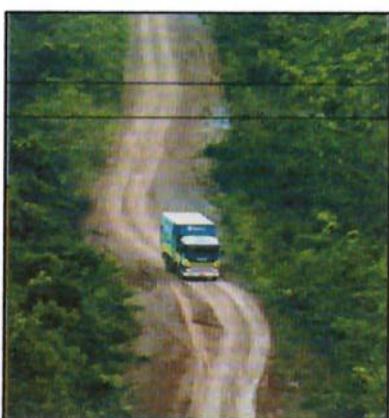
Inicia-se então o desenvolvimento da modelagem do sistema, apresentando inicialmente as hipóteses mais relevantes para o projeto. O primeiro modelo desenvolvido é o cavalo-mecânico com suspensão por feixe de molas. Na seqüência, é realizada a análise do sistema pneumático e a modelagem do veículo utilizando quatro molas pneumáticas no eixo traseiro (eixo trativo). Posteriormente, o conceito e a modelagem do sistema semi-ativo são desenvolvidos.

A fase final deste trabalho apresenta os resultados obtidos com a simulação dos modelos para uma entrada degrau. As conclusões e os passos futuros fecham o trabalho.

## 2. DESTAQUE: PANORAMA DO TRANSPORTE DE CARGAS

A avaliação do cenário nacional, mesmo considerando as melhores condições das malhas sudeste e sul, resulta em situação alarmante, em que 74,7% da extensão pesquisada apresentaram algum grau de imperfeição (36,4% deficientes, 23,7% ruins, 14,6% péssimos) [2], sem dúvida um elevado patamar de comprometimento. Com esta característica, as deficiências na infra-estrutura rodoviária acabam por comprometer crescimento da economia nacional. O peso da condição da malha de transportes nacional é um dos fatores que compõe o chamado "Custo Brasil", que tem se constituído uma expressão genérica para alguns fatores desfavoráveis à competitividade de setores ou empresas da economia brasileira que não dependem das próprias empresas, ou seja, da qualidade de seus produtos, por exemplo. A expressão se refere às distorções presentes na estrutura tributária que oneram desnecessariamente algumas exportações. Outras vezes, aponta-se o custo com transportes terrestres, portos, comunicações etc. [3]

Neste âmbito, vale ressaltar que em 1992 a Comissão da Comunidade Européia para assuntos Relativos à Transporte de Cargas, introduziu uma legislação encorajando veículos com a suspensão do eixo trátrico “amigável” ao pavimento. Se suspensões cada vez mais sofisticadas se mostrarem cada vez mais “amigáveis” ao pavimento, pode-se impulsionar estas tendências encorajadoras e assim tornar viável sistemas de suspensões cada vez mais sofisticados [4]. Assim os resultados deste estudo podem contribuir para o embasamento técnico destas propostas e também auxiliar para orientação dos órgãos brasileiros para possíveis benefícios ao transporte com veículos com suspensões mais amigáveis. Cabe destacar que hoje, na Legislação brasileira aplicada a transporte de Cargas, não existe diferenciação nas cargas permitidas, que leve em conta o tipo de suspensão do veículo.



**Fig. 3 – Trecho da rodovia BR316 (divisa PE/AL)**

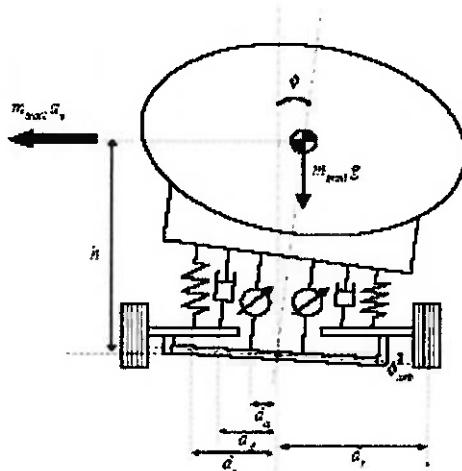
### 3. REVISÃO DA LITERATURA

A seguir são discutidos alguns trabalhos que apresentam abordagens ou idéias relacionadas com o tema deste relatório.

Merece destaque, inicialmente, o projeto que foi um dos principais motivadores deste Trabalho de Conclusão de Curso, o projeto *Dynamic Interaction between Vehicles and Infrastructure Experiment* – DIVINE [5]. Este trabalho, publicado em 1998, pela Organização para o Desenvolvimento e Cooperação Econômica – OECD –, teve como impulso as recomendações geradas em 1992, pela Comissão da Comunidade Européia para assuntos Relativos à Transporte de Cargas, citada anteriormente. Neste trabalho concluiu-se que a suspensão metálica em veículos de carga provoca um desgaste no pavimento pelo menos 15% mais rápido do que quando da utilização de suspensões pneumáticas. Outra conclusão bastante importante é que o carregamento dinâmico obtido utilizando-se suspensões pneumáticas é cerca de metade da magnitude encontrada com a utilização de suspensões metálicas. O trabalho também apresenta uma definição formal do termo “suspensões amigáveis ao pavimento”, denominadas “road-friendly suspensions”, como suspensões que apresentam baixa rigidez, freqüência natural 1,5 Hz ou menor, coeficiente de atrito de Coloumb muito baixo e coeficiente de amortecimento viscoso apropriado, de 20% no mínimo. Segundo o trabalho, suspensões metálicas dificilmente conseguem atingir estes requisitos. O trabalho também apresenta um estudo muito importante com relação às interações dinâmicas entre pontes e veículos de carga, onde se conclui que as características do perfil da ponte e da sua superfície de pavimento são fundamentais para a resposta da suspensão do veículo de carga, que por sua vez influencia diretamente na resposta dinâmica da ponte. Outros trabalhos de destaque que seguem a mesma linha de estudo são [6, 7, 8, 9, 10, 11].

Muitos estudos voltados para a dinâmica de veículos de carga têm abordado temas como desenvolvimento de sistemas de controle para minimizar os efeitos de “roll”, ou seja, tombamento lateral do veículo, em situações como variação abrupta de direção ou desniveis de pista, que são temas críticos em veículos de carga. Um exemplo deste sistema é o que foi proposto por CEBON [12], onde dois atuadores hidráulicos controlados por uma unidade de controle, exercem cargas na barra

estabilizadora de um semi-reboque, gerando assim um momento que compensa o deslocamento do centro de gravidade, como é ilustrado na Fig. 4.



**Fig. 4 – Modelo para sistema anti-roll**

Destacam-se também, os estudos que vem sendo realizados pelo *Cambridge Vehicle Dynamics Consortium* (CVDC). Este consórcio envolve pesquisadores da área dinâmica veicular da universidade de Cambridge, na Inglaterra, e empresas privadas: Arvin Meritor, Firestone, Fluid Power Design, General Trailers, Koni B.V. Mektronika Systems, Pirelli, Shell UK, Tinsley Bridge Limited, QinetiQ (Dera) e Volvo. Com estudos focados em veículos de carga, abordando trabalhos como: desenvolvimento de sistemas de segurança anti-roll, road-friendly suspensions, suspensões ativas e semi-ativas, direção ativa e freios inteligentes. Referências para estes trabalhos podem ser encontradas em CVDC Annual Report [13].

São poucas as referências encontradas que apresentam um estudo analítico do comportamento dinâmico de molas pneumáticas, como as abordadas neste relatório. Um trabalho bastante notável foi apresentado por Quaglia [14] objetivando determinar as características estáticas de uma mola pneumática. A metodologia utilizada pelo autor se baseia na determinação de parâmetros da geometria da bolsa, como por exemplo, curvatura de flexão da membrana da bolsa e altura relativa da mesma, para assim predizer as características da mola. Através do desenvolvimento de um modelo analítico adimensional, é apresentado o comportamento da força axial

em uma mola deste tipo, e comparado com as curvas fornecidas por fabricantes de molas pneumáticas.

Outro trabalho [15] descreve a tentativa de determinar os parâmetros de uma mola pneumática pela análise do comportamento físico da bolsa, descrevendo estes parâmetros em função de grandezas como volumes, áreas, deslocamentos, etc. O objetivo da determinação destes parâmetros é o refinamento e a melhoria dos modelos dinâmicos de molas pneumáticas utilizadas em softwares de simulação como GENSYS, ADAMS, VAMPIRE, SIMPAC e outros.

Neste trabalho será apresentada uma introdução e descrição das propriedades de um controlador baseado em lógica fuzzy, com o intuito de salientar as vantagens deste método de controle e justificar seu emprego neste projeto. Uma descrição mais aprofundada e detalhada sobre a estruturação de um controlador fuzzy fogem ao escopo deste trabalho e podem ser encontradas em bibliografia específica. Referências significativas são:[27, 28 e 29].

## 4. SUSPENSÃO VEICULAR

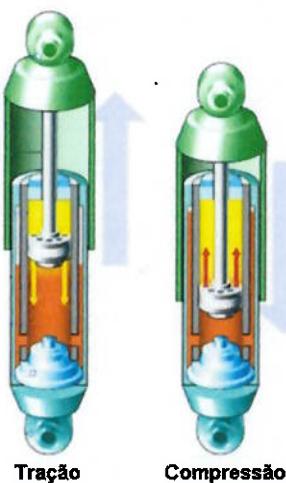
### 4.1. Conceito

Na análise de uma suspensão veicular utiliza-se a seguinte terminologia:

- *Massa transportada*: trata-se de toda a carga sobre a suspensão, como as cargas de transporte, motor, carroceria, quadro de chassi, molas, entre outros;
- *Massa suspensa*: tratam-se principalmente dos elementos que vão abaixo da suspensão, como eixos veiculares, rodas, pneus, freios, etc;
- *Curso da suspensão*: é o deslocamento percorrido pela suspensão, o curso total compreende a distância da suspensão totalmente comprimida (batente superior) e a posição totalmente estendida.

Com isso, pode-se denominar suspensão como sendo o elemento elástico que interliga a massa suspensa à massa transportada do veículo e cuja finalidade é sustentar a mesma, absorver os efeitos causados pelas irregularidades das superfícies de rolamento (pavimento ou vias de tráfego), minimizando os esforços transmitidos à estrutura do veículo, e proporcionar estabilidade ao veículo nas diversas condições de uso (aceleração, frenagem, mudança de direção entre outras) e mantendo o contato entre os pneus e a pista.

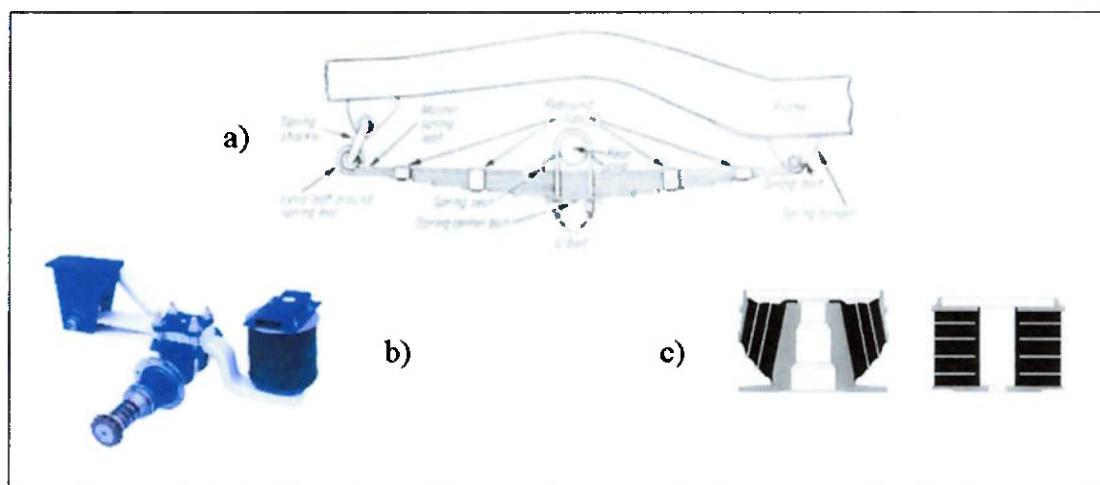
A suspensão cumpre esta função, pois se trata de um elemento elástico com rigidez menor que a estrutura do veículo. Com isso, quando solicitada por um carregamento, seja da via ou devido a mudanças na dinâmica do veículo, a suspensão tende a se deformar elasticamente acumulando energia (mola), e a absorver estas deformações dissipando a energia absorvida através do amortecedor (e em menor parcela por forças dissipativas na mola, por exemplo, o atrito entre as lâminas de um feixe de molas ou geração de calor em uma bolsa pneumática). A dissipação de energia no amortecedor é basicamente devido à conversão de energia cinética em calor, devido ao atrito viscoso da passagem de um fluido através dos orifícios que comunicam as câmaras do amortecedor, separadas por um pistão móvel.



**Fig. 5 – Esquema de um amortecedor veicular hidráulico.**

Em veículos de carga, são comumente empregadas suspensões que podem ser subdivididas em três grupos:

- *Suspensões Metálicas (ou mecânicas)*: feixe de molas trapezoidais (ou semi-elípticas), feixe de molas parabólicas, helicoidais, por barra de torção;
  - *Suspensões Pneumáticas*: a mola é formada por uma bolsa elástica, preenchida com gás comprimido. Predominantemente, o gás utilizado é ar comprimido;
  - *Elemento elástico*: A suspensão é composta por um corpo de borracha



**Fig. 6 – Exemplos de suspensões veiculares. a) metálica; b) pneumática;**  
**c) elemento elástico**

A aplicação de cada uma é determinada por fatores como: tipo de veículo, carga transportada, dinâmica do veículo, manutenibilidade, espaço físico, custo, etc. As barras de torção e molas helicoidais, por exemplo, podem ser utilizadas em veículos de carga leves. Como o enfoque deste trabalho é um comparativo entre as suspensões de veículos cavalo-mecânico, serão mais detalhadas as suspensões por feixe de molas e a suspensão pneumática, que são as mais utilizadas neste tipo de veículo.

A suspensão do veículo é geralmente composta por um outro elemento: a barra estabilizadora. A barra estabilizadora é utilizada para compensar a inclinação de um dos lados do chassi do veículo, por exemplo, quando o veículo realiza uma curva, a tendência devido à aceleração centrípeta é aumentar a carga na suspensão do lado externo da curva (movimento de roll, ou rolamento). A barra estabilizadora atua transferindo este aumento na carga do lado externo para a suspensão do lado interno da curva. Ou seja, devido à inclinação do veículo, a barra estabilizadora fornece um momento de força (conjugado) no sentido oposto, tendendo a distribuir melhor a carga entre os lados do veículo. A barra estabilizadora não atua caso a carga sobre as suspensões seja simétrica. Este sistema é formado por uma barra de torção, fixa em ambos os lados do eixo e apoiada em mancais do quadro do chassi, vide Fig. 7.

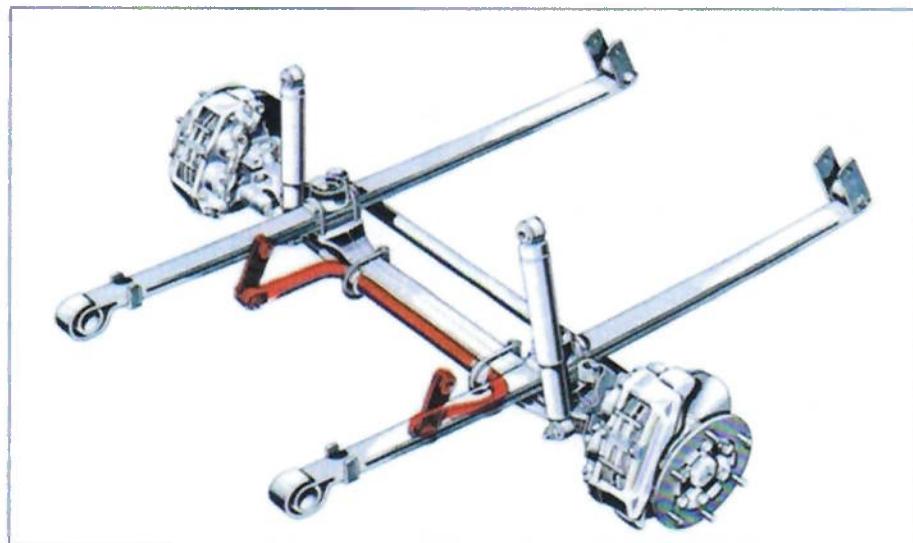


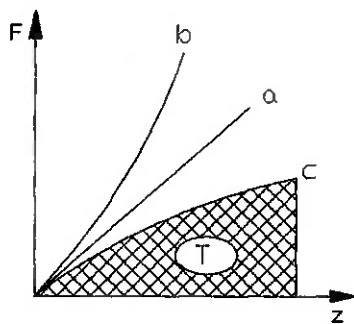
Fig. 7 – Esquema de uma barra estabilizadora (destaque em vermelho).

Como mencionado anteriormente, existem estudos sendo realizados para o desenvolvimento de barras estabilizadoras dotadas de sistemas de controle, pois um dos grandes fatores de acidentes envolvendo veículos de carga é o tombamento lateral do veículo, seja por desniveis de pista, curvas acentuadas, inclinações excessivas ou desequilíbrio dinâmico. Isso ocorre porque veículos de carga, quando carregados apresentam seu centro de gravidade relativamente elevado em relação ao solo e à sua estrutura, como pode ser visto na Fig. 4. A suspensão propriamente dita também deve ser corretamente dimensionada para garantir a estabilidade do veículo em situações como acima citadas. Como neste trabalho está se considerando a dinâmica no plano longitudinal ao veículo, está sendo considerada a distribuição simétrica da carga entre os lados do veículo.

#### 4.1.1. Curvas características de molas

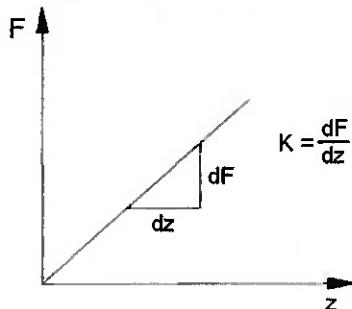
Rigidez é um fator que define a variação da carga para uma correspondente deformação elástica da mola, e a sua dimensão é expressa por um quociente entre uma unidade de força e uma unidade de comprimento ( $K = dF/dz$ ).

As curvas características de molas, de uma forma genérica, são indicadas na Fig. 8. Quando a característica de uma mola for uma reta "a", então a rigidez é constante ( $K = dF/dz = \text{constante}$ ); quando a característica for uma curva crescente "b", a mola torna-se mais rígida com o aumento de  $z$  ( $dF/dz$  cresce), e quando for uma curva decrescente "c" a mola torna-se menos rígida com o aumento de  $z$  ( $dF/dz$  decresce) [16], vide figura a seguir.



**Fig. 8 - Curvas características de molas**

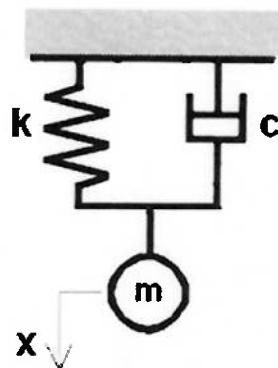
Pela lei de Hooke, uma mola de rigidez constante, ou seja, de comportamento linear, fornece um força,  $F$ , diretamente proporcional à deformação da mola,  $z$  (compressão ou tração):  $|F|=|K.z|$  (a força está expressa em módulo, pois a determinação do sinal depende da convenção que for utilizada). Na Fig. 9, a rigidez da mola é constante em todo o curso da mola:



**Fig. 9 - A característica é uma reta de inclinação constante.**

Para aplicações veiculares a Lei de Hooke é válida para a maioria dos estudos de dinâmica [16, 17], considerando pequenas deformações. O termo pequenas deformações é relativo, dependendo de cada projeto de mola e sua aplicação, existem projetos em que o comportamento da mola é praticamente linear para todo o curso da suspensão, este é o caso, por exemplo, da suspensão por feixe de molas considerado neste estudo.

Vale ressaltar que para molas de suspensões de veículos é desejável uma característica crescente, semelhante à curva "b", a fim de minimizar as diferenças entre as freqüências próprias de vibração do veículo quando vazio e quando carregado. Este fato pode ser demonstrado avaliando-se, por exemplo, um sistema massa-mola-amortecedor como na Fig. 10. Aplicando a Segunda Lei de Newton para o sistema:



**Fig. 10 – Esquema massa-mola-amortecedor.**

$$m \cdot \ddot{x} = -b \cdot \dot{x} - k \cdot x \quad (1)$$

Pode-se reescrever na forma:

$$\ddot{x} + \frac{b}{m} \cdot \dot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \quad (2)$$

definindo:

$$\rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3)$$

$$\rightarrow \zeta = \frac{b}{b_c} = \frac{b}{2 \cdot m \cdot \omega_n} \quad (4)$$

onde:

- $\omega_n \rightarrow$  freqüência natural
- $\zeta \rightarrow$  fator de amortecimento

Portanto:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n \cdot \dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (5)$$

Como pode ser observado na Eq. (3), a freqüência natural de vibração do sistema, bem como a freqüência natural amortecida,  $\omega_d$ , que é definida por:

$$\omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (6)$$

variam com a massa e a rigidez do sistema, neste exemplo a freqüência natural do sistema aumenta com a diminuição do valor da massa  $m$  ou com o aumento da

rigidez,  $k$ . Este é um problema típico em veículos de carga, onde a massa do veículo varia significativamente quando o veículo está carregado e quando o veículo está vazio ou transportando carga parcial. Para elucidar este fato, para um veículo cavalo mecânico 4x2, como o abordado neste trabalho, o peso do veículo descarregado está em torno de 7 t, enquanto que carregado com o peso legal este valor sobe para 16 t. Cabe ressaltar que a carga técnica para este mesmo veículo está em torno de 20 t, e é esperado encontrar valores maiores ainda em veículos que rodam com sobre-carga, que é uma realidade bastante encontrada. Portanto, este fato sinaliza o quanto pode variar a característica dinâmica destes veículos dependendo sua condição de operação. Para minimizar as diferenças entre as freqüências próprias de vibração do veículo quando vazio e quando carregado, em veículos com suspensão metálica, cuja carga técnica é muito superior ao peso do veículo descarregado, muitas vezes é utilizado um feixe de mola auxiliar, sendo que inicialmente apenas uma mola trabalha e, quando esta atinge uma determinada deflexão, o segundo feixe encosta-se sobre dois batentes superiores e ambos passam a resistir aos esforços externos, aumentando a rigidez da mola. Um esquema deste sistema é apresentado na Fig. 11.a. Um exemplo da curva característica que ocorre e aplicação de dois feixes de mola é apresentado na Fig. 11.b. Nesta figura, nota-se que há uma pequena região de transição entre a rigidez do feixe de molas principal e a rigidez do par de feixes em conjunto. Esta região de transição deve ser dimensionada de tal modo que esteja situada adequadamente entre os valores de carga do veículo vazio e carregado, para que se obtenha uma variação da rigidez apropriada com a carga e também um curso ótimo da suspensão.

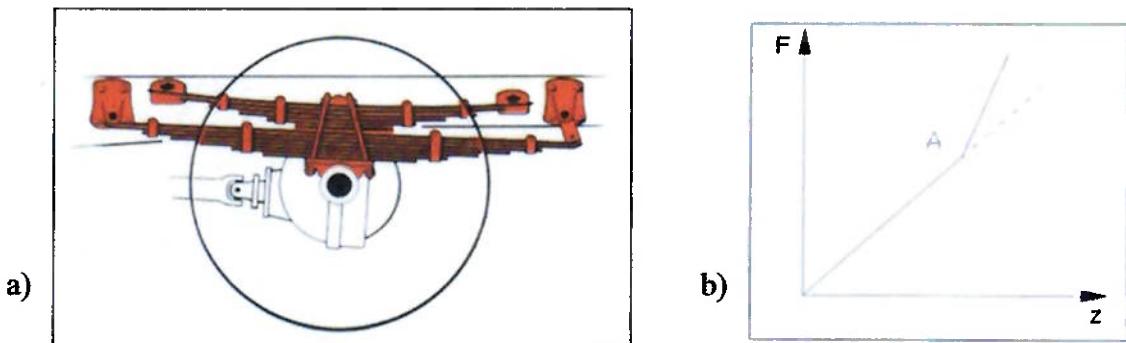
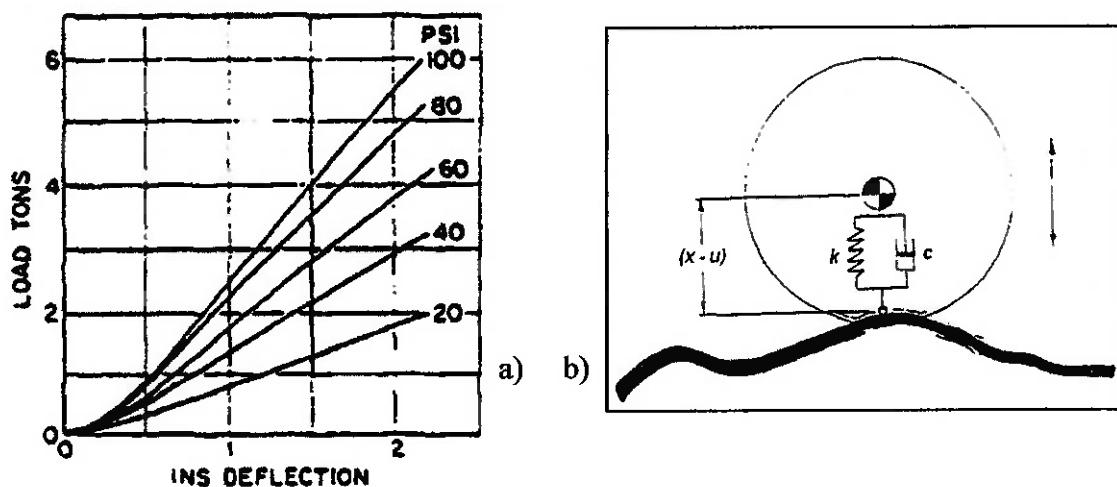


Fig. 11 – Feixe duplo: a)esquema; b) curva característica.

Neste trabalho será considerado um sistema de suspensão metálica com um feixe simples e de comportamento linear.

Tratando este item da rigidez da suspensão, deve-se salientar que os pneus do veículo também apresentam o comportamento elástico, cuja rigidez, em veículos de carga, é geralmente de ordem de grandeza uma vez superior da ordem de grandeza da mola da suspensão do veículo [18]. Neste estudo, será utilizado um valor de rigidez dos pneus constante, conforme levantado por Cebon [6]. Para elucidar o aspecto de rigidez constante dos pneus, a Fig.12 apresenta as curvas de rigidez para um pneu 11.00 x 20 pol.



**Fig. 12 – a)** Curvas de Força x Deformação em função da pressão de calibração;  
**b)** Modelo esquemático adotado para o pneu.

#### 4.1.2. Energia Armazenada na Mola

A energia de deformação, ou trabalho armazenado na mola pode ser calculada pela expressão:

$$E_{mola} = \int F \, dz \quad (7)$$

A equação acima corresponde à área limitada pela curva característica da mola e o eixo das abscissas, como pode ser observado pela área hachurada na Fig. 8. A energia total absorvida pela suspensão deve ainda levar em consideração a energia absorvida pelos pneus.

## 4.2. Sistemas Não-Lineares

É um fato conhecido que muitas relações entre grandezas físicas não são absolutamente lineares, embora muitas vezes sejam aproximadas por equações lineares, principalmente pela simplicidade matemática. Esta simplificação pode ser satisfatória desde que as soluções resultantes estejam de acordo com os resultados experimentais. Uma das características mais importantes de sistemas não-lineares é a dependência do comportamento da resposta do sistema em relação à amplitude e tipo da entrada. Por exemplo, um sistema não-linear pode comportar-se de forma completamente diferente em resposta a entradas em degrau de diferentes amplitudes [23].

Os sistemas não-lineares diferem dos sistemas lineares principalmente no tocante ao fato de que o princípio da superposição não vale para os primeiros. Os sistemas não-lineares exibem muitos fenômenos que não podem ser vistos em sistemas lineares, tais como: dependência freqüência-amplitude; respostas com múltiplos valores e ressonâncias com saltos; oscilações subarmônicas; oscilações auto-excitadas ou ciclos limites; sincronismo de freqüência; supressão assíncrona; entre outros.

**Dependência freqüência-amplitude:** para descrição deste fenômeno, deve-se observar novamente a oscilação natural ou livre do sistema mecânico apresentado na Fig. 10, só que considerando agora a mola não-linear. A equação diferencial que descreve a dinâmica deste sistema pode ser escrita como:

$$m \ddot{x} + b \dot{x} + k.x + k'x^3 = 0 \quad (8)$$

Onde:

$k.x + k'x^3$  → força na mola não-linear;

$x$  → deslocamento da massa;

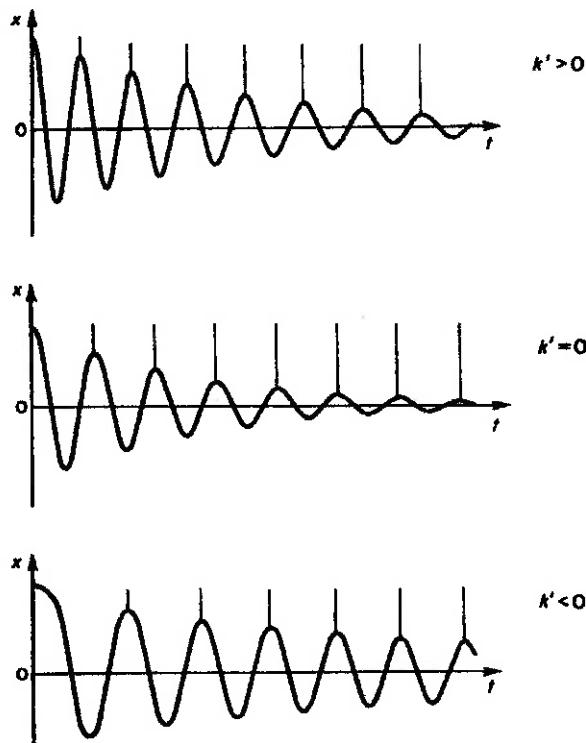
$m$  → massa;

$b$  → coeficiente de atrito viscoso do amortecedor.

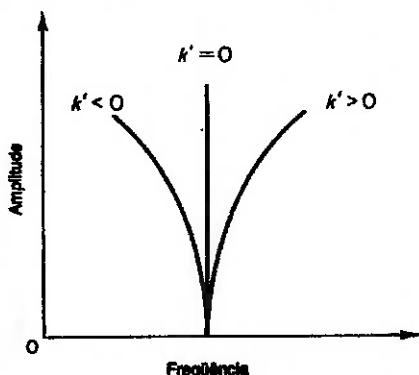
Os parâmetros  $m$ ,  $b$  e  $k$  são constantes positivas, enquanto que  $k'$  pode ser tanto positivo como negativo. Se  $k'$  é positivo, a mola é chamada uma mola dura (hard spring); se  $k'$  é negativo, uma mola macia. O grau de não-linearidade do

sistema é caracterizado pela magnitude de  $k'$ . Esta equação diferencial não-linear, Eq.(8), é conhecida como a equação de Duffing e tem sido frequentemente discutida no campo da mecânica não-linear. A solução da Eq. (8) representa uma oscilação amortecida se o sistema é sujeito a condições iniciais não-nulas. Em uma investigação experimental, observa-se que quando a amplitude decresce, a freqüência da oscilação natural ou decresce ou cresce, dependendo de  $k' > 0$  ou  $k' < 0$ , respectivamente. Quando  $k' = 0$ , a freqüência permanece inalterada quando a amplitude da oscilação natural decresce. (Isto corresponde a um sistema linear). Estas características são vistas na Fig. 13, que mostra as formas de onda das oscilações naturais. A Fig. 14 mostra relação de amplitude-freqüência para os três casos em que  $k'$  é maior, igual ou menor que zero.

Em um estudo experimental de sistemas não-lineares, a dependência amplitude-freqüência pode ser facilmente detectada. A dependência amplitude-freqüência é uma das características mais fundamentais de oscilações em sistemas não-lineares. Um gráfico como o apresentado na Fig. 14 revela se uma não-linearidade está presente e também indica o grau de não-linearidade.



**Fig. 13** – Formas de onda de oscilações naturais do sistema descrito pela Eq.(8).



**Fig. 14** – Curvas de amplitude em função da freqüência para oscilações naturais para o sistema descrito pela Eq. (8).

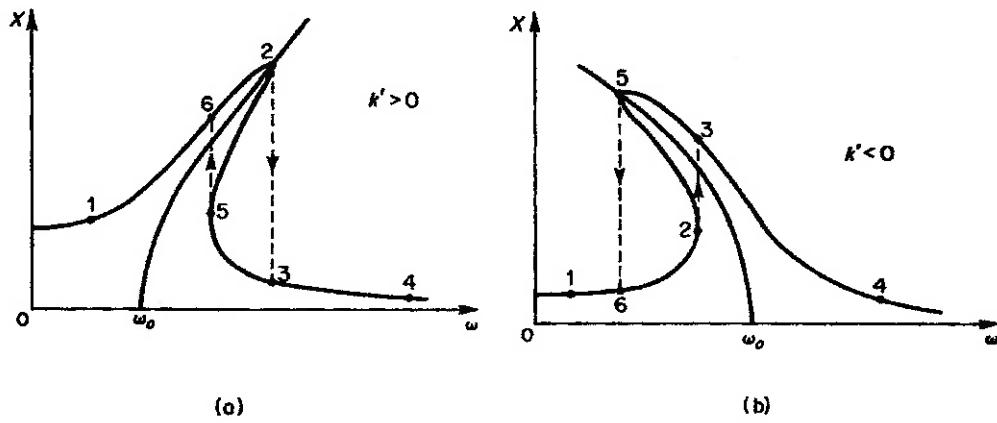
**Respostas com múltiplos valores e ressonâncias com saltos:** ao fazer experimentos com oscilações forçadas no sistema visto na Fig. 10, cuja equação diferencial é:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx + k'x^3 = P \cos(\omega t) \quad (9)$$

onde  $P \cos(\omega t)$  é a função de excitação, pode-se observar vários fenômenos, tais como respostas com múltiplos valores, ressonâncias com saltos e uma variedade de movimentos periódicos (tais como oscilações subarmônicas e oscilações super-harmônicas). Estes fenômenos não ocorrem nas respostas de sistemas lineares.

Ao realizar experimentos em que a amplitude  $P$  da função de excitação é mantida constante, enquanto sua freqüência é variada lentamente e a amplitude  $X$  da resposta observada, pode-se obter uma curva de resposta em freqüência semelhante às vistas nas Figs. 15.a e .b. Supondo que  $k' > 0$  e que a freqüência de entrada  $\omega$  é baixa no começo no ponto 1 da curva da Fig. 15.a. À medida que a freqüência  $\omega$  é aumentada, a amplitude  $X$  aumenta até que o ponto 2 é alcançado. Um aumento adicional na freqüência  $\omega$  causará um salto do ponto 2 ao ponto 3, acompanhados de mudanças na amplitude e fase. Este fenômeno é a chamado ressonância com saltos. Quando a freqüência  $\omega$  é aumentada ainda mais, a amplitude  $X$  segue a curva do ponto 3 em direção ao ponto 4. Ao se fazer o experimento no outro sentido, isto é, começando de uma freqüência alta, observa-se que quando  $\omega$  é diminuído, a amplitude  $X$  cresce devagar, passando pelo ponto 3 até que o ponto 5 é alcançado. Um decréscimo adicional em  $\omega$  causará um outro salto do ponto 5 ao ponto 6,

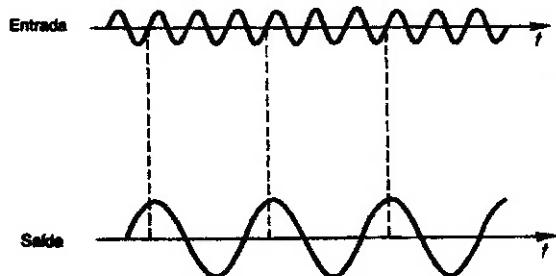
acompanhado por mudanças de amplitude e fase. Após este salto, a amplitude  $X$  diminui com  $\omega$  e segue a curva do ponto 6 em direção ao ponto 1. Portanto, as curvas de respostas são na realidade descontínuas, e um ponto representativo na curva de resposta segue caminhos diferentes para freqüências crescentes e decrescentes. As oscilações de resposta correspondentes à curva entre o ponto 2 e o ponto 5 correspondem a oscilações instáveis e não podem ser observadas experimentalmente. Saltos semelhantes acontecem no caso de um sistema com uma mola macia ( $k' < 0$ ), como visto na Fig. 15.b. Portanto, observa-se que para uma dada amplitude  $P$  da função de excitação, há uma gama de freqüências em que pode ocorrer uma das duas oscilações estáveis. Deve-se notar que para a existência de ressonância com saltos é necessário que o termo de amortecimento seja pequeno e que a amplitude da função de excitação seja suficientemente grande para levar o sistema para uma região de operação consideravelmente não-linear.



**Fig. 15– Curvas de resposta em freqüência mostrando ressonâncias com saltos. A) Sistema mecânico com mola dura; b) sistema mecânico com mola macia.**

**Oscilações subarmônicas:** chama-se de oscilações subarmônicas as oscilações não-lineares estacionárias cujas freqüências são um inteiro submúltiplo da freqüência de excitação. Um exemplo de uma forma de onda em oscilação subarmônica é visto na Fig. 16, juntamente com forma de onda da entrada. A geração de oscilações subarmônicas depende de parâmetros do sistema e de condições iniciais, bem como da amplitude e freqüência da função de excitação. A frase *dependência de condições iniciais* significa que as oscilações subarmônicas não

começam por si só. É necessário dar uma espécie de "empurrão", por exemplo, uma variação abrupta da amplitude ou freqüência da função de excitação, para iniciar tais oscilações. Uma vez que oscilações subarmônicas são excitadas, elas podem ser bastante estáveis para certa faixa de freqüências. Se a freqüência da função de excitação é mudada para um novo valor, então ou as oscilações subarmônicas desaparecem ou a freqüência da oscilação subarmônica também muda para um valor que é  $\omega/n$ , onde  $\omega$  freqüência de excitação e  $n$  é a ordem da oscilação subarmônica. (Note que uma oscilação cuja freqüência é a metade daquela da função de excitação pode ocorrer em um sistema linear se o parâmetro ou parâmetros do sistema são modificados periodicamente com o tempo. Um sistema linear conservativo pode também apresentar oscilações que se parecem com oscilações subarmônicas de sistemas não-lineares, mas as oscilações em sistemas lineares são essencialmente diferentes das oscilações subarmônicas).



**Fig. 16 – Formas de onda de entrada e saída sob oscilação subarmônica.**

**Oscilações auto-excitadas ou ciclos limites:** um outro fenômeno que é observado em certos sistemas não-lineares é uma oscilação auto-excitada ou ciclo limite. Considere um sistema descrito pela seguinte equação:

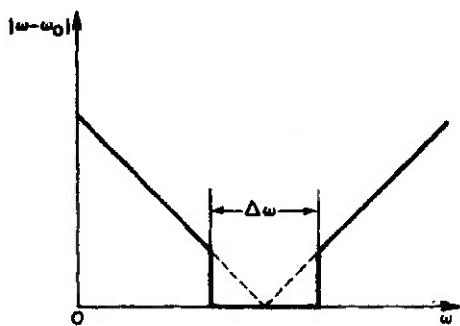
$$m\ddot{x} - b.(1-x^2).\dot{x} + k.x = 0 \quad (10)$$

onde  $m$ ,  $b$  e  $k$  são grandezas positivas. Esta equação é chamada equação de Van der Pol. Ela é não-linear no termo de amortecimento. Ao examinar este termo, observa-se que para pequenos valores de  $x$  o amortecimento será negativo e, na realidade, adicionará energia ao sistema, enquanto que para valores grandes de  $x$  ele será positivo, removendo energia do sistema. Portanto, pode-se esperar que tal sistema apresente uma oscilação mantida. Como este não é um sistema forçado, esta

oscilação é chamada oscilação auto-excitada ou ciclo limite. Note que se um sistema apresenta apenas um ciclo limite, como no caso do sistema presente, a amplitude deste ciclo limite não depende da condição inicial.

**Sincronismo de freqüência:** Um exemplo de um fenômeno interessante que pode ser observado em alguns sistemas não-lineares é o sincronismo de freqüência. Se uma força periódica de freqüência  $\omega$  é aplicada ao sistema, capaz de apresentar um ciclo limite de freqüência  $\omega_0$ , observa-se o fenômeno bem conhecido de batimento. Quando a diferença entre as duas freqüências decresce, a freqüência do batimento também decresce. Em um sistema linear determina-se, tanto experimental quanto teoricamente, que a freqüência de batimento decresce indefinidamente quando  $\omega$  tende a  $\omega_0$ . Entretanto, em um sistema não-linear auto-excitado determina-se experimentalmente que a freqüência  $\omega_0$  do ciclo limite entra em sincronismo, ou é sincronizada pela freqüência de excitação  $\omega$  dentro de uma certa faixa de freqüências. Este fenômeno é normalmente denominado *sincronismo de freqüência*, e a banda de freqüência em que o sincronismo ocorre é chamada *zona de sincronismo*.

A Fig. 17 mostra a relação entre  $|\omega - \omega_0|$  e  $\omega$ . Para um sistema linear, a relação entre  $|\omega - \omega_0|$  e  $\omega$  seguiria as linhas tracejadas e  $|\omega - \omega_0|$  seria zero apenas para um valor d  $\omega$ , ou seja,  $\omega = \omega_0$ . Para um sistema não-linear auto-excitado, ocorre o sincronismo de freqüência, e na zona de sincronismo de freqüência, que é indicada pela região  $\Delta\omega$  na Fig. 17, as freqüências  $\omega$  e  $\omega_0$  se tornam iguais e existe apenas uma freqüência  $\omega$ . Tal sincronismo de freqüência é observado na resposta de freqüência de sistemas não-lineares que apresentam ciclos limites.



**Fig. 17 – Curva de  $|\omega - \omega_0|$  em função de  $\omega$  mostrando a região de sincronismo de freqüência.**

**Supressão assíncrona:** em um sistema não-linear que exibe um ciclo limite de freqüência  $\omega_0$  é possível suprimir a oscilação de ciclo limite forçando o sistema a uma freqüência  $\omega_1$ , onde  $\omega_1$  e  $\omega_0$  não são relacionadas uma com a outra. Este fenômeno é chamado de *supressão assíncrona, ou estabilização de sinal*.

Nenhum dos fenômenos citados, bem como outros fenômenos não-lineares não mencionados, ocorre em sistemas lineares. Estes fenômenos não podem ser explicados pela teoria linear; para explicá-los, deve-se resolver equações diferenciais não-lineares que descrevem a dinâmica do sistema em forma analítica ou computacional.

#### 4.3. Normas

Visando uma caracterização inicial das exigências de projeto de uma suspensão para veículos de transporte de carga, executou-se uma pesquisa junto a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) com o objetivo de verificar normas associadas com as suspensões dos veículos de carga.

- *Norma NBR 9506 de AGO/ 86 – Suspensão - Veículos rodoviários automotores*

A NBR 9506 é uma norma basicamente de terminologias aplicadas em suspensões de veículos rodoviários automotores, denominando seus componentes. Para tal, é apresentada uma classificação dos tipos de suspensões rodoviárias, suas generalidades e alguns termos associados às mesmas [19].

Neste item do texto apresenta-se um breve resumo do conteúdo da norma, que está dividida nos seguintes tópicos:

1. Objetivos: apresenta os principais pontos apresentados na norma;
2. Normas complementares: apresenta uma referência à outras normas ou documentos pertinentes à aplicação desta norma;
3. Classificação; neste item é apresentada uma classificação de suspensões segundo itens como posição e modo de funcionamento;
4. Generalidades: apresenta as particularidades da classificação apresentada no item anterior e faz referência a algumas normas para consulta da terminologia adotada;

5. Definições e termos: neste item são descritas as suspensões segundo a classificação do item 3 e são apresentadas muitas figuras em vista "explodida" discriminando todas as peças e componentes constituintes das suspensões descritas.

Para o melhor entendimento, são apresentadas diversas figuras, geralmente desenhos de montagem das suspensões com suas devidas listas de peças e componentes.

- *Norma NBR 8567 de Ago/1987 – Cálculo e Projeto de Feixe de Molas para veículos Rodoviários.*

Norma fixa as condições exigíveis para a execução de cálculo e dimensionamento de feixe de molas, utilizando nas suspensões de veículos rodoviários [20].

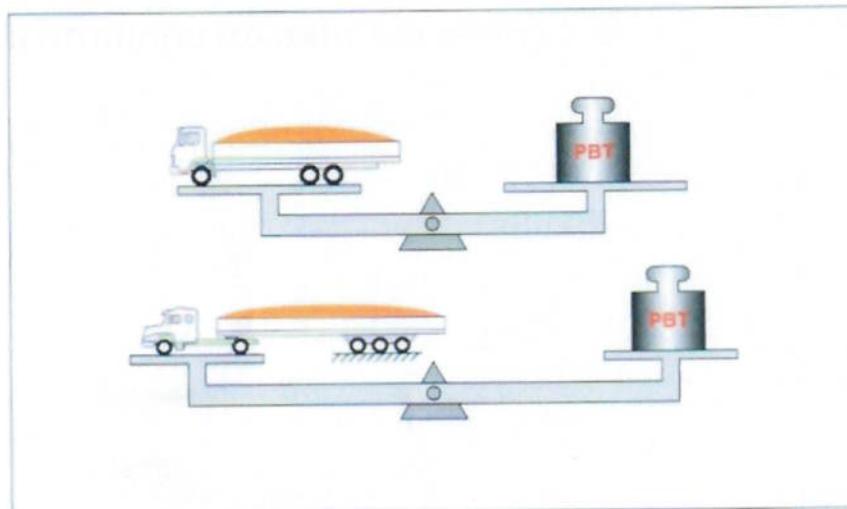
- *"Lei da Balança"*

Bastante difundida no Brasil, a expressão "Lei da Balança" não designa exatamente uma lei, já que nunca existiu uma lei que trate exclusivamente dos limites de pesos de veículos de carga [16].

A maioria das disposições e normas sobre o assunto pode ser encontrada no Código Nacional de Trânsito (com força de decreto). Essa legislação foi sendo complementada por leis paralelas, por resolução do Contran - Conselho Nacional de Trânsito - e normas de outros órgãos, como o Instituto Nacional de Pesos e Medidas (Ipem). A legislação em vigor sobre pesos de veículos, conforme referência [21] apresenta-se resumida abaixo:

#### *Peso Bruto Total (PBT)*

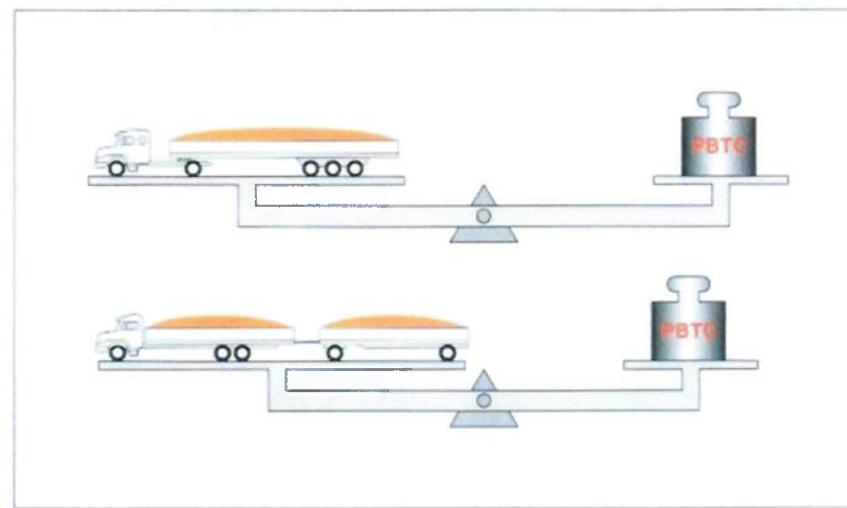
O Peso Bruto Total de um veículo é o resultado da soma do peso do chassi do veículo vazio, em ordem de marcha (veículo equipado e abastecido nas condições de rodagem), com o peso da carroceria que equipa este veículo e com o peso da carga que está sobre a carroceria. Para unidades de tração (cavalos-mecânicos) onde o semi-reboque ou reboque exerce uma força vertical significativa sobre a quinta-roda (dispositivo de acoplamento que constitui a fixação e o apoio giratório do semi-reboque, Fig. 25, pág. 42), tal força deve ser incluída no PBT. Vide Fig. 18.



**Fig. 18 – Peso Bruto Total - PBT.**

#### *Peso Bruto Total Combinado (PBTC)*

O PBTC é a soma do Peso Bruto Total (PBT) da unidade de tração com os pesos máximos por eixo dos veículos rebocados. Ou seja, é o peso em ordem de marcha do veículo trator (caminhão rígido ou cavalo mecânico), somado com o peso da sua carroceria e sua carga e com o peso do veículo tracionado mais o peso de sua carga. Vide Fig. 19.



**Fig. 19 – Peso Bruto Total Combinado - PBTC.**

### *Capacidade Máxima de Tração (CMT)*

O CMT é o peso máximo, indicado pelo fabricante, que a unidade de tração é capaz de tracionar. No valor do CMT estão considerados os mesmos pesos que compõem o PBTC do veículo. A diferença entre o CMT e o PBTC está no fato de que o PBTC representa o limite legal da composição, limitado a 45 t, enquanto o CMT define a capacidade máxima técnica do veículo. Caminhões com peso além de 45 t só podem trafegar mediante Autorização Especial de Transporte – AET, expedida pela autoridade com jurisdição sobre a rodovia em que irão trafegar.

### *Carga por Eixo*

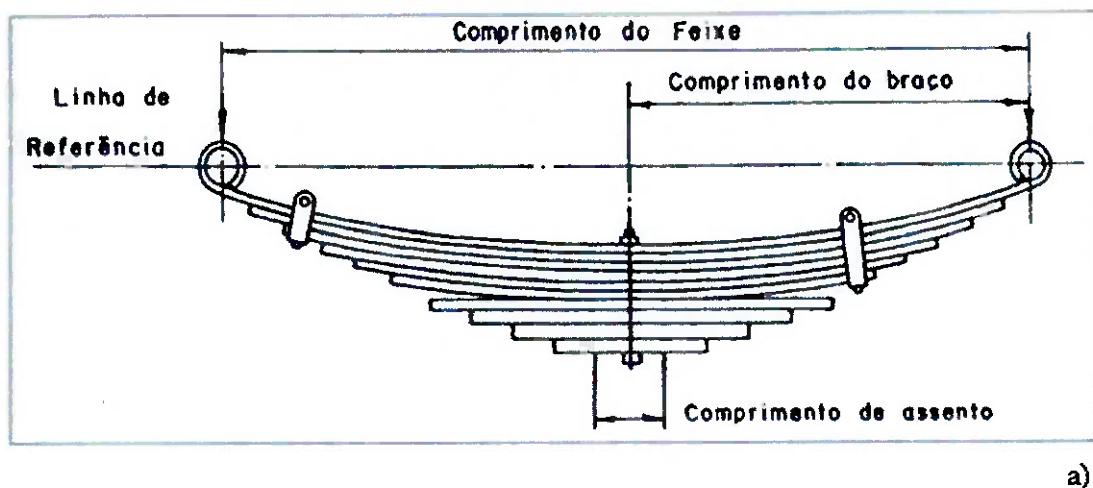
Os valores máximos permitidos de peso bruto por eixo são os seguintes:

- eixo dianteiro do cavalo: 6t;
- eixos simples (exceto o dianteiro do cavalo): 10t;
- eixos duplos (unidos por balancim, por exemplo): 17t;
- eixos triplos (unidos por balancim, por exemplo): 25,5t.

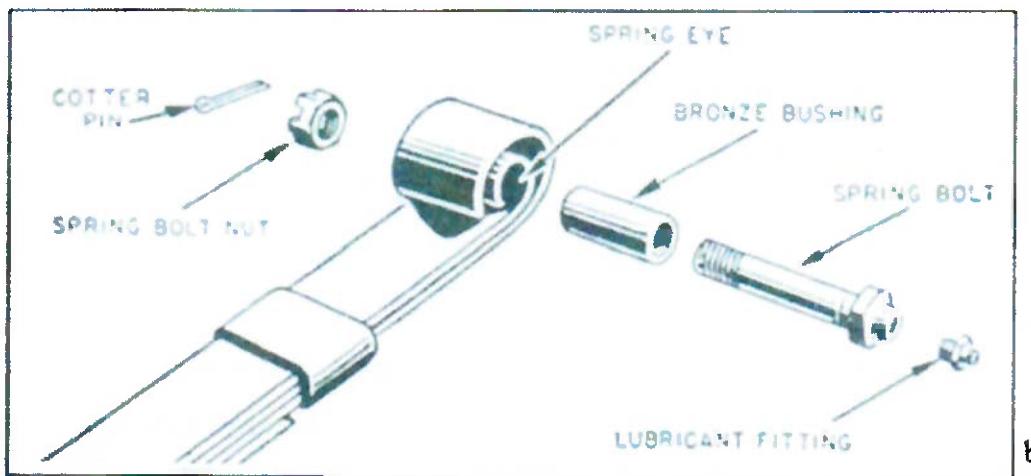
Portanto, como o enfoque deste trabalho é sobre caminhões Cavalo-mecânico 4x2, e como será considerado um veículo com cargas de lei, o veículo em estudo tem 6 t no eixo dianteiro e 10 t no eixo traseiro.

## 5. SUSPENSÃO METÁLICA

A suspensão por feixe de molas trapezoidais é composta por lâminas de aço sobrepostas e de tamanho variável. Como pode ser visto na Fig. 20, as lâminas são alinhadas por cliques e unidas por um ferrolho no centro das mesmas. Em operação o feixe de molas trabalha como uma viga flexível.



a)



b)

**Fig. 20 – Feixe de molas. a) esquema; b) detalhe do olhal.**

A diferença entre uma viga sólida e um feixe de molas de mesma espessura é que o escorregamento entre os feixes, além de propiciar certo amortecimento, gera um alívio nas tensões máximas de tração e compressão, devido ao escorregamento

dos planos de cisalhamento, o que não acontece numa viga rígida. Consequentemente, o feixe de molas pode fletir muito mais que uma viga sólida [16]. Este efeito está representado na Fig. 21.

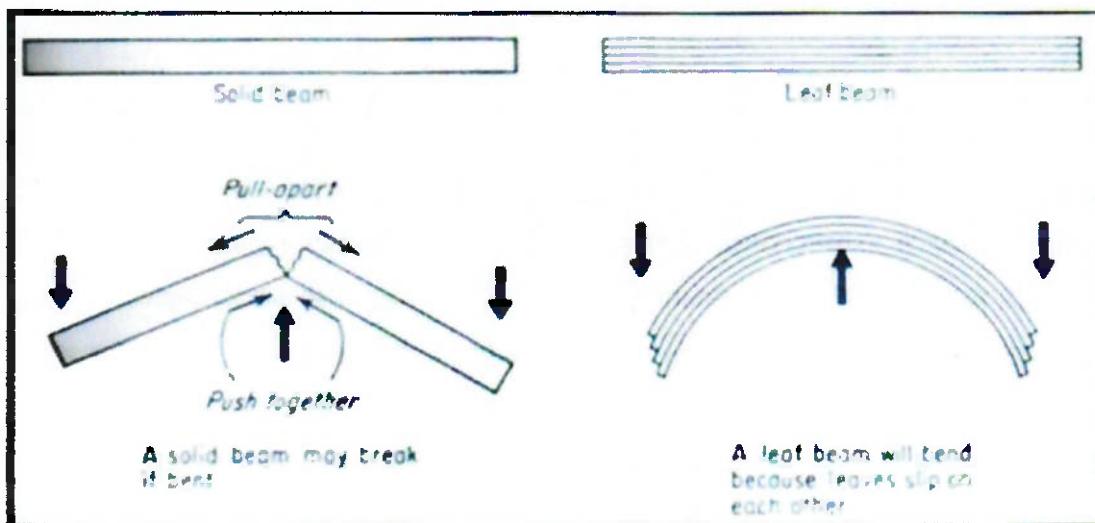


Fig. 21 – Comparação entre feixe de molas e viga sólida.

As molas parabólicas são semelhantes às trapezoidais, variando na espessura das lâminas e na característica de rigidez, proporcionando uma rigidez menor e para uma mesma capacidade de carga.

## 6. SUSPENSÃO PNEUMÁTICA

### 6.1. Descrição

O isolamento vibracional geralmente é realizado pela suspensão do corpo com o auxilio de um isolador. Como apresentado anteriormente, a deflexão do isolador devido ao carregamento do corpo suspenso é inversamente proporcional à raiz quadrada da freqüência natural do sistema, portanto, a deformação estática é elevada quando a freqüência natural do sistema é baixa.

A combinação dos requisitos de uma grande deformação estática e uma grande capacidade de carregamento exige o armazenamento de uma grande quantidade de energia potencial no isolador. O material utilizado para construção de molas metálicas possui uma limitada capacidade de armazenamento de energia por unidade de volume de material. Portanto, uma mola metálica projetada para suportar um grande carregamento e propiciar grandes deflexões estáticas tende a se tornar excessivamente volumosa.

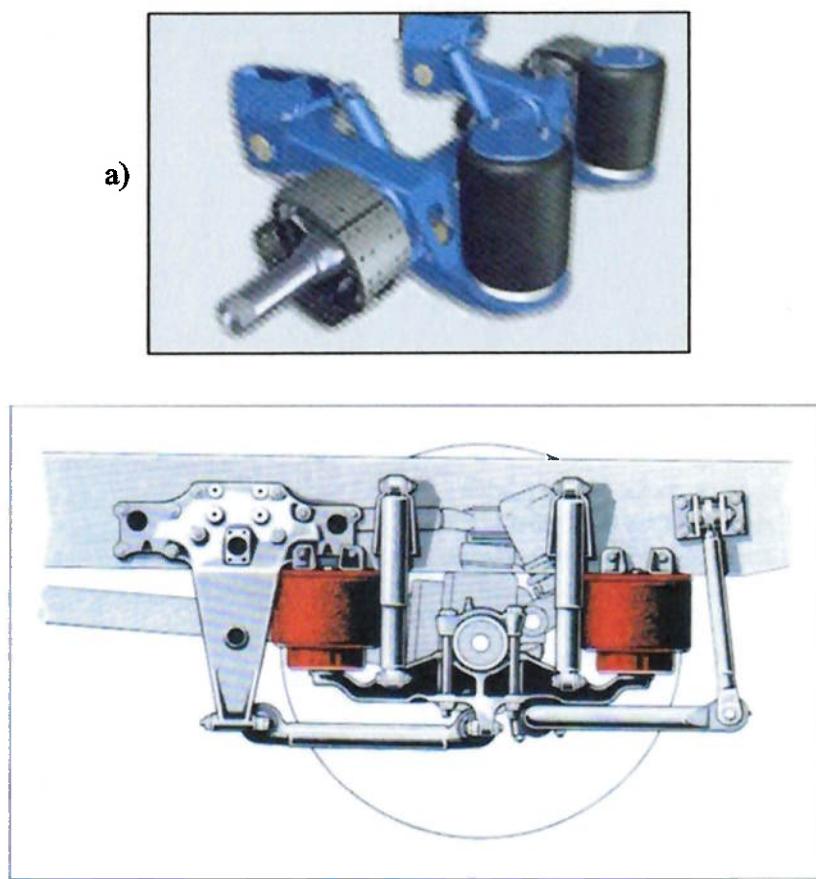
Uma mola pneumática é uma “bolsa” que utiliza um gás como elemento elástico. Geralmente o gás utilizado é o ar. A capacidade de suportar um carregamento é determinada pela área efetiva e pela pressão interna do ar. O ar dentro da bolsa pode ser comprimido até a pressão necessária para suportar o carregamento, portanto este tipo de mola não necessita de grandes deformações estáticas. A compressibilidade do gás fornece a elasticidade necessária à mola. Para carregamentos e deformações estáticas elevadas, geralmente se obtém uma grande redução do peso do sistema de suspensão (ou isolador de vibração) em relação ao sistema metálico.

Outra vantagem da suspensão pneumática é que a capacidade de armazenamento de energia do ar por unidade de massa é muitas vezes superior do que por unidade de massa dos materiais utilizados em suspensões metálicas ou de borracha.

As características mais importantes para molas são: capacidade de carregamento; rigidez (muitas vezes é informado o *rate* da mola, que é o inverso da rigidez); e a transmissibilidade (capacidade de isolação). Suspensões pneumáticas

são particularmente destacadas pelos seus baixos coeficientes transmissibilidade, pela habilidade de variar facilmente sua capacidade de carregamento, variando a pressão interna da bolsa. Outra notável característica deste tipo de mola é promover uma rigidez variável, controlada pela pressão interna da bolsa. É este aspecto o mais relevante para este trabalho, que busca explorar esta propriedade das molas pneumáticas para desenvolver um sistema que ajuste adequadamente a rigidez da suspensão, às condições de rodagem do veículo.

Para aplicações em veículos de transporte pesados, a suspensão pneumática é geralmente constituída por duas ou mais bolsas (foles) pneumáticos em cada eixo. As bolsas são abastecidas com ar comprimido proveniente do sistema de ar comprimido do veículo. Este tipo de suspensão ainda é composto por válvulas, cuja função é o controle da entrada e saída do ar comprimido das bolsas. Com este tipo de suspensão pode-se regular a altura do quadro do chassi variando-se a pressão dentro das bolsas. Vide Fig. 22.



**Fig. 22 – Suspensão Pneumática: a) duas bolsas por eixo b) quatro bolsas por eixo.**

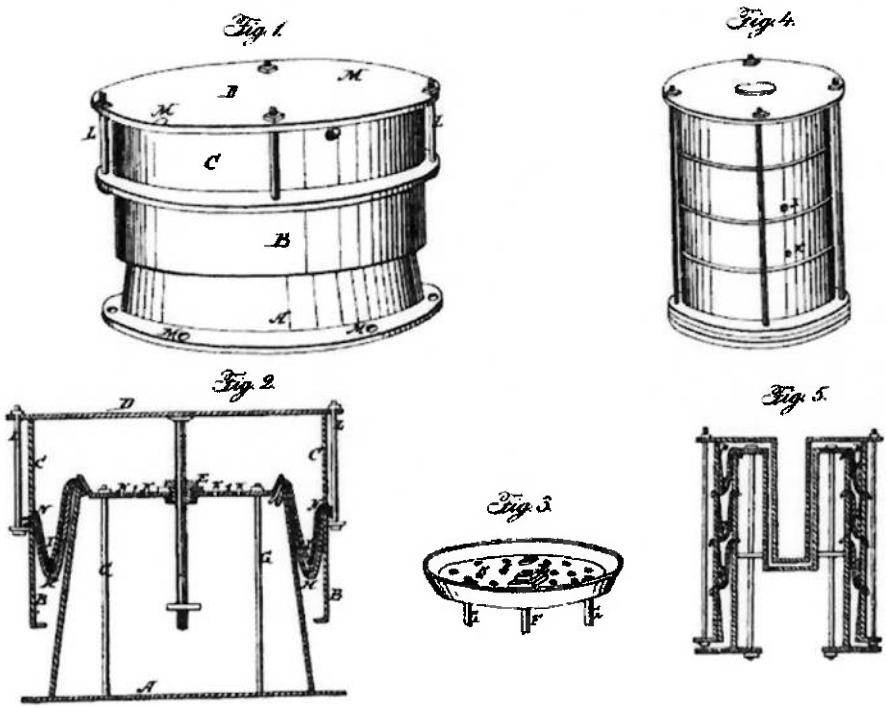
O sistema pneumático mais comumente utilizado em caminhões é composto por duas molas pneumáticas, duas de cada lado do eixo, posteriores ao eixo como apresentado na Fig. 22.a. O sistema de quatro molas por eixo, duas anteriores e duas posteriores ao eixo, como apresentado nas Fig.22.b, é um sistema com características dinâmicas superiores ao sistema de duas bolsas, com menores esforços transmitidos a estrutura do veículo, porém apresenta um custo mais elevado, sendo por isso menos utilizado que o outro em caminhões. Considerando molas para o mesmo tipo de aplicação, o volume interno total do sistema de quatro bolsas é inferior ao volume interno total das duas bolsas do outro sistema, portanto para variar a rigidez, variando a pressão interna da bolsa, o sistema de quatro molas apresenta uma vantagem. Este sistema é o que será considerado neste trabalho, tanto para a modelagem do sistema pneumático passivo, quanto para o sistema semi-ativo.

## 6.2. História

A história da suspensão a ar remonta a mais de um século e meio atrás. Em 1847, apenas três anos após a emissão da patente do processo de vulcanização da borracha de Charles Goodyear, o inventor John Lewis, de New Haven, Connecticut recebeu a patente número 4.965 pela “Mola Pneumática para veículos ferroviários, locomotivas, veículos em geral e isoladores”. Porém a invenção estava à frente da tecnologia da borracha da época. Somente após a Segunda Guerra Mundial, com o desenvolvimento de novos polímeros, incluindo os pneus com encordoamento de nylon e as borrachas de elastômeros sintéticos, que as molas pneumáticas começaram a fazer sucesso [15].

Hoje, a aplicação de suspensões pneumáticas no campo automotivo ocorre principalmente em ônibus e veículos ferroviários, e também, tomando cada vez mais escala em veículos de carga.

No. 4,965.  
J. LEWIS.  
Car Spring.  
Patented Feb. 10, 1847.



**Fig. 23 – Ilustração da patente concedida a John Lewis.**

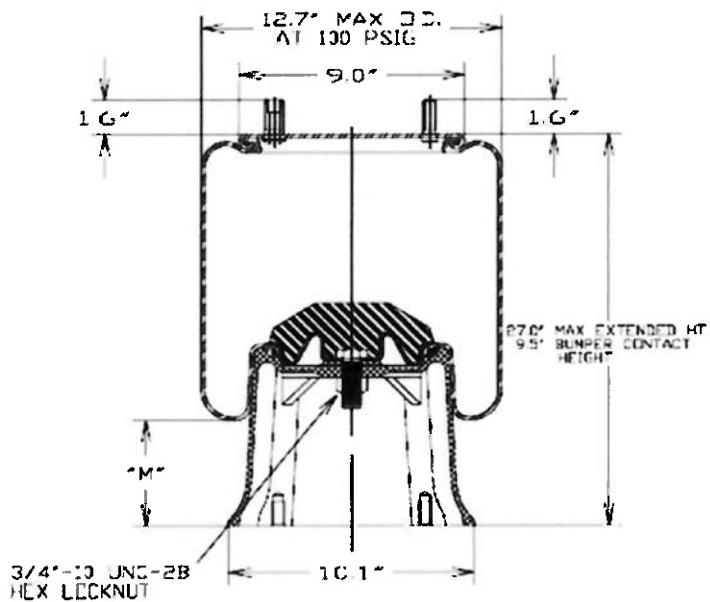
### 6.3. Comportamento

O formato da bolsa pneumática afeta diretamente o comportamento do ar que está no seu interior, o que está relacionado com a eficiência da mola. O formato da bolsa determina, a uma dada pressão, a força que a mola desenvolve e também igualmente importante, a mudança que ocorre na força com a mudança do formato da bolsa.

A rigidez axial de uma mola pneumática é inversamente proporcional ao volume da bolsa. A mola se torna menos rígida com o aumento do volume da bolsa [15].

A força de reação em uma mola pneumática não depende apenas da compressibilidade do ar, mas também da deformação da bolsa. As características da mola dependem da área efetiva (área efetivamente transmitindo força ao elemento suspenso), do volume da bolsa, da pressão atmosférica agindo nas paredes externas da bolsa e da dureza e espessura na borracha e do encordoamento da bolsa.

A maioria das bolsas pneumáticas aplicadas a veículos de carga, incluindo as consideradas neste trabalho, apresenta um formato construtivo que faz com que as deformações axiais da bolsa minimizem as deformações radiais, ou seja, minimizem as deformações elásticas da borracha da bolsa e priorizem o efeito elástico da compressibilidade do ar. O perfil da bolsa pode ser observado na Fig. 24.



**Fig. 24 – Seção transversal de uma mola pneumática (Goodyear modelo 1R12-103).**

## 6.4. Termodinâmica

Quando o volume da bolsa é reduzido, durante um processo de compressão, o choque das partículas do ar, mais compactadas promove não só o aumento da pressão, mas também o aumento da energia interna das partículas, ou seja, a temperatura.

A pressão do gás dentro da bolsa varia com a velocidade e a magnitude da deflexão da bolsa. Assim, para uma determinada deflexão, a pressão, e portanto a rigidez, serão diferentes para um processo isotérmico, adiabático, ou politrópico.

### 6.4.1. Processo Isotérmico

De maneira geral, um mínimo rate de mola (ou máxima rigidez) ocorre em um processo isotérmico de compressão; e um máximo rate de mola (mínima rigidez) ocorre em um processo adiabático. O expoente politrópico varia entre o isotérmico e o adiabático, isto é,  $1 < n < \gamma$  [15].

Se a mola é comprimida lentamente, de maneira que todo o calor gerado pela compressão (ou absorvido durante a expansão) é dissipado, o processo é isotérmico.

Neste caso a fórmula para calcular a nova pressão é simplesmente:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (11)$$

Onde:

$p_1$  → pressão absoluta inicial [Pa];

$p_2$  → pressão absoluta final [Pa];

$V_1$  → volume inicial [ $\text{m}^3$ ];

$V_2$  → volume final, após a compressão ou a tração [ $\text{m}^3$ ];

#### 6.4.2. Processo Adiabático

Nas condições de operação reais, processos isotérmicos de compressão da bolsa são praticamente impossíveis. Durante a compressão da mola, apenas uma pequena quantidade de calor pode ser transferida para o meio externo, devido a velocidade com que é realizado este processo de compressão. O mesmo é válido para o processo de expansão. Portanto, durante o processo de compressão, a temperatura do ar pressurizado aumenta e com a reversão do movimento, na expansão da mola, a mola experimenta uma rápida queda na pressão interna, o que também leva a queda de temperatura. Para um processo adiabático, a seguinte expressão é válida:

$$p_1 \cdot V_1^\gamma = p_2 \cdot V_2^\gamma = \text{constante} \quad (12)$$

O valor do expoente  $\gamma$  varia de acordo com o gás e é função dos calores específicos:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \rightarrow \gamma_{AR} = 1,4 \quad (13)$$

Na realidade, o processo real fica entre um processo adiabático e um processo isotérmico, sendo então um processo politrópico. Porém este processo está muito mais próximo do processo adiabático. Portanto, muitas vezes o valor de  $\gamma$  utilizado é menor que 1,4, geralmente 1,3 [15].

#### 6.5. Características fundamentais

##### 6.5.1. Área Efetiva

Área efetiva,  $A_e$ : é a área efetivamente suportando o peso do carregamento. Ou seja, para um determinado carregamento da mola é o valor do carregamento dividido pela pressão interna da bolsa. Para molas de veículos de carga, o valor da área efetiva é constante.

### 6.5.2. Força e Rigidez

Para determinar a força aplicada na mola, ou carregamento em um determinado ponto do curso da mola, primeiramente deve-se determinar a pressão relativa na bolsa. A pressão relativa está relacionada com a pressão absoluta,  $p$ , e com a pressão atmosférica  $p_{atm}$ , por:

$$P = p_r + p_{atm} \quad (14)$$

Portanto, a força aplicada pela mola é:

$$F = p_r \cdot A_e \quad (15)$$

A rigidez pode então ser avaliada por:

$$K = \frac{dF}{dz} = \frac{d}{dz}(p_r \cdot A_e) = p_r \cdot \frac{dA_e}{dz} + \frac{dp_r}{dz} \cdot A_e = p_r \cdot \frac{dA_e}{dz} + \frac{dp}{dz} \cdot A_e \quad (16)$$

Derivando a expressão (12), com o objetivo de determinar uma expressão para a variação de pressão, obtém-se:

$$\frac{d}{dz}(p \cdot V^r) = p \cdot \gamma \cdot V^{(r-1)} \cdot \frac{dV}{dz} + \frac{dp}{dz} \cdot V^r = 0 \quad (17)$$

Onde  $V$  é volume interno na bolsa.

A convenção de sinais geralmente usada é que variações positivas de pressão são obtidas por deslocamentos positivos. Portanto, é admitida uma variação de pressão positiva quando da compressão da mola:

$$\frac{dV}{dz} = -A_e \quad (18)$$

Isolando a variação da pressão na expressão (17) e substituindo em (18):

$$\frac{dp}{dz} = \frac{-p \cdot \gamma \cdot V^{(\gamma-1)} \cdot \frac{dV}{dz}}{V^\gamma} = \frac{-p \cdot \gamma \cdot \frac{dV}{dz}}{V} = \frac{p \cdot \gamma \cdot A_e}{V} \quad (19)$$

Dependendo da velocidade de deslocamento da mola (freqüência), diferentes valores de rigidez podem ser considerados.

Define-se rigidez dinâmica,  $K_{din}$ , por:

$$K_{din} = \frac{dp}{dz} \cdot A_e = \gamma \cdot (p_r + p_{atm}) \cdot \frac{A_e^2}{V} + p_r \cdot \frac{dA_e}{dz} \quad (20)$$

E define-se rigidez (quasi-) estática,  $K_{est}$ , por:

$$K_{est} = \frac{dp}{dz} \cdot A_e = (p_r + p_{atm}) \cdot \frac{A_e^2}{V} + p_r \cdot \frac{dA_e}{dz} \quad (21)$$

Portanto, considerando área efetiva constante, como é o caso deste estudo, pode-se reescrever as equações por:

$$K_{din} = \frac{dp}{dz} \cdot A_e = \gamma \cdot (p_r + p_{atm}) \cdot \frac{A_e^2}{V} \quad (22)$$

e

$$K_{est} = \frac{dp}{dz} \cdot A_e = (p_r + p_{atm}) \cdot \frac{A_e^2}{V} \quad (23)$$

Deve-se observar que mesmo variações pequenas na Área efetiva, podem promover consideráveis variações na rigidez da mola pneumática.

### 6.5.3. Freqüência Natural

Quando uma massa suspensa por uma mola é excitada verticalmente por um distúrbio (impulso), por exemplo, ela oscilará na freqüência natural do sistema massa-mola. A freqüência da oscilação vertical não amortecida pode ser determinada pela expressão (considerando uma Área efetiva constante):

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{din}}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma \cdot (p_r + p_{atm}) \cdot A_e^2}{V \cdot m}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\gamma \cdot g \cdot \left( \frac{p_{atm}}{p_r} + 1 \right) \cdot \frac{A_e^2 \cdot p_r}{V \cdot m \cdot g}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\gamma \cdot g \cdot \left( \frac{p_{atm}}{p_r} + 1 \right) \cdot \frac{A_e}{V}} \end{aligned} \quad (24)$$

Onde:

- $f_n \rightarrow$  freqüência natural [Hz];
- $m \rightarrow$  massa suspensa [kg];
- $g \rightarrow$  aceleração da gravidade [ $\text{m/s}^2$ ]

A freqüência natural em rad/s (velocidade angular natural) é dada por:

$$\omega_n = 2\pi \cdot f_n \quad [\text{rad/s}] \quad (25)$$

#### 6.5.4. Transmissibilidade

A freqüência natural é uma propriedade fundamental para a determinação da eficiência de uma mola no isolamento de oscilações. A transmissibilidade,  $T$ , da freqüência de um distúrbio (ou de uma excitação forçada),  $f_f$ , a ser isolada, depende da freqüência natural do sistema, e pode ser calculada pela relação [15]:

$$T = \frac{100}{\left(\frac{f_f}{f_n}\right)^2 - 1} \quad [\%] \quad (26)$$

Pode ser verificado pela expressão, que para que haja o isolamento da oscilação, a freqüência natural do sistema deve ser menor que a freqüência de excitação. Se o valor das duas freqüências for relativamente próximo, a oscilação do sistema será amplificada pela excitação.

## 7. MODELAGEM DOS SISTEMAS PASSIVOS

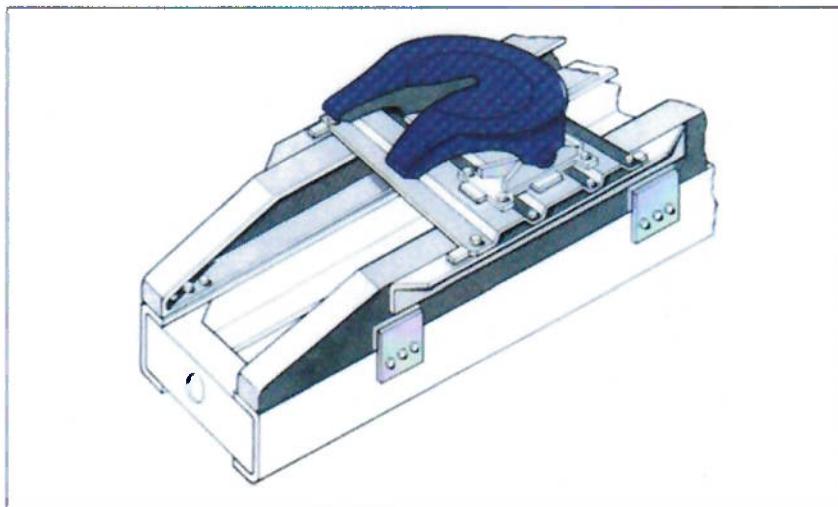
Como já mencionado, o escopo deste trabalho é um estudo comparativo do ganho obtido com a utilização de uma suspensão semi-ativa, mais especificamente uma suspensão pneumática semi-ativa, com relação a suspensões convencionais passivas utilizadas em cavalos-mecânicos 4x2. Portanto, como este estudo está baseado na simulação numérica destas suspensões, é necessário, para início deste estudo a determinação de um modelo matemático para simulação da dinâmica do veículo. Isto será apresentado nos itens seguintes.

### 7.1. Hipóteses Consideradas

Neste trabalho será considerada a dinâmica vertical do veículo, ou seja, perpendicular ao plano da pista de rolamento, considerando a simetria em um plano longitudinal ao veículo.

Outra aproximação a ser realizada é com relação à carga aplicada sobre a quinta roda. Em um veículo cavalo-mecânico, a carga do reboque ou semi-reboque, aplicada sobre a quinta roda, varia relativamente à dinâmica do cavalo e do semi-reboque, ou seja, existe o acoplamento da dinâmica de dois corpos, um corpo trátil (cavalo-mecânico) e corpo tracionado (reboque ou semi-reboque). A quinta-roda é o acoplamento que constitui na fixação e apoio giratório do semi-reboque, vide Fig. 25. Uma quinta roda convencional pode ser considerada uma junção de dois graus de liberdade, que permite a rotação do semi-reboque em torno de um eixo vertical, sendo que este movimento não apresenta interesse relevante para este estudo, uma vez que aqui está sendo considerada a dinâmica perpendicular ao plano da pista de rolamento. O outro movimento é a rotação do semi-reboque sobre a quinta roda com relação a um eixo transversal ao veículo, este movimento tem no máximo  $20^\circ$  de liberdade ( $+10^\circ$ ,  $-10^\circ$ ). Com o intuito de simplificar a análise do sistema, este movimento também não será considerado, e carga sobre a quinta roda será admitida constante, ou seja, está sendo considerado o desacoplamento da dinâmica do cavalo-mecânico e da quinta roda. Esta aproximação tem se mostrado bastante satisfatória

em estudos que envolvem a dinâmica de um cavalo-mecânico no plano perpendicular a pista e longitudinal ao veículo [6, 22].



**Fig. 25 – Ilustração de uma quinta-roda.**

O amortecedor para ambos os modelos foi considerado ideal, com coeficiente de amortecimento constante. Para a suspensão de feixe de molas, o amortecimento e as não-linearidades devido ao escorregamento entre as lâminas do feixe não foram considerados. Também foi considerado o mesmo amortecedor para os dois modelos de veículo, o com suspensão metálica e o com pneumática.

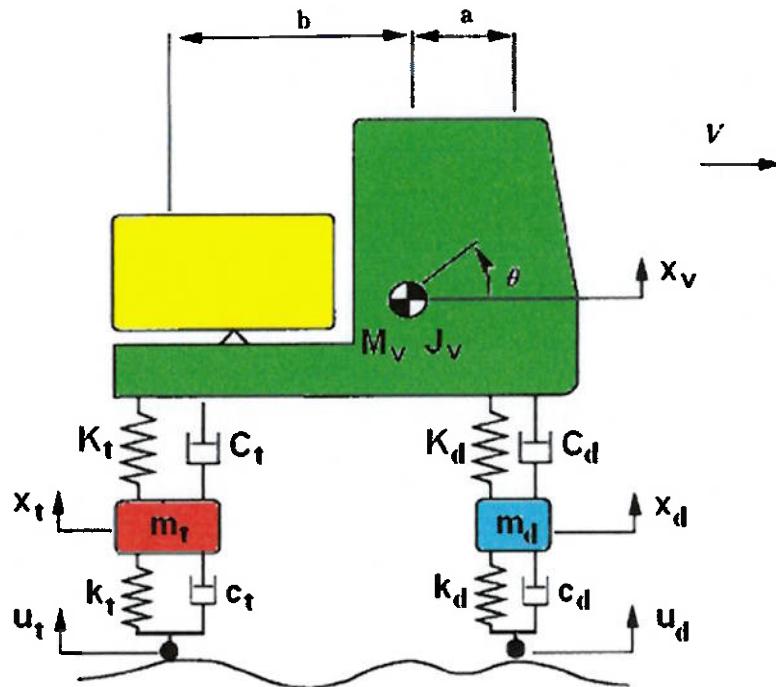
A estrutura do veículo e os eixos comportam-se como corpo rígido.

Os deslocamentos angulares do veículo são pequenos, de modo que  $\text{sen}(\theta) \approx \theta$ .

O veículo trafega a uma velocidade constante durante a simulação.

## 7.2. Suspensão Metálica

A modelagem das equações diferenciais do sistema, a partir da Segunda Lei de Newton foi realizada baseada no seguinte modelo:



**Fig. 26 – Modelo considerado.**

Onde:

- $a$  e  $b$  → distâncias entre o Centro de Gravidade do veículo e o eixo dianteiro e traseiro, respectivamente;
- $k_d$  e  $k_t$  → rigidez dos pneus dianteiros e traseiros, respectivamente;
- $K_d$  e  $K_t$  → rigidez das molas dianteiras e traseiras, respectivamente;
- $c_d$  e  $c_t$  → coeficiente de amortecimento dos pneus dianteiro e traseiro;
- $C_d$  e  $C_t$  → coeficiente de amortecimento dos amortecedores dianteiros e traseiros;
- $M_v$  → massa total do veículo (considerada a carga sobre a quinta roda) é massa transportada;
- $J_v$  → momento de inércia do veículo em torno do eixo perpendicular ao plano da folha;
- $m_d$  e  $m_t$  → massa suspensa dianteira e traseira, respectivamente;
- $x_d$ ,  $x_t$  e  $x_v$  → deslocamentos verticais do eixo dianteiro, eixo traseiro e do veículo, respectivamente;
- $u_d$  e  $u_t$  → deslocamentos de entrada da pista;

Note que:  $u_t \left( t + \frac{ee}{V} \right) = u_d(t)$ , ou seja, a entrada do eixo traseiro é a mesma que a do eixo dianteiro, defasada do tempo necessário para o veículo percorrer a sua distância de entre-eixos,  $ee$ . Este tempo depende da velocidade de deslocamento do veículo,  $V$ .

Portanto, para este sistema de quatro graus de liberdade, as equações diferenciais para o sistema ficam:

$$\begin{cases} m_d \ddot{x}_d = K_d(x_v + a\theta - x_d) + C_d(\dot{x}_v + a\dot{\theta} - \dot{x}_d) - k_d(x_d - u_d) - c_d(\dot{x}_d - \dot{u}_d) \\ m_t \ddot{x}_t = K_t(x_v - b\theta - x_t) + C_t(\dot{x}_v - b\dot{\theta} - \dot{x}_t) - k_t(x_t - u_t) - c_t(\dot{x}_t - \dot{u}_t) \\ M_v \ddot{x}_v = -K_d(x_v + a\theta - x_d) - C_d(\dot{x}_v + a\dot{\theta} - \dot{x}_d) - K_t(x_v - b\theta - x_t) - C_t(\dot{x}_v - b\dot{\theta} - \dot{x}_t) \\ J_v \ddot{\theta} = -aK_d(x_v + a\theta - x_d) - aC_d(\dot{x}_v + a\dot{\theta} - \dot{x}_d) + bK_t(x_v - b\theta - x_t) + bC_t(\dot{x}_v - b\dot{\theta} - \dot{x}_t) \end{cases} \quad (27)$$

Reescrevendo o sistema de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_d \\ \ddot{x}_t \\ \ddot{x}_v \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(C_d + c_d) & 0 & C_d & a.C_d \\ 0 & -(C_t + c_t) & C_t & -b.C_t \\ C_d & C_t & -(C_d + C_t) & -a.C_d + b.C_t \\ a.C_d & -b.C_t & -a.C_d + b.C_t & -(a^2.C_d + b^2.C_t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{x}_t \\ \dot{x}_v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_d & 0 & K_d & a.K_d \\ 0 & -(K_t + k_t) & K_t & -b.K_t \\ K_d & K_t & -(K_d + K_t) & -a.K_d + b.K_t \\ a.K_d & -b.K_t & -a.K_d + b.K_t & -(a^2.K_d + b^2.K_t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_t \\ x_v \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_d & c_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_t & c_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_d \\ \dot{u}_d \\ u_t \\ \dot{u}_t \end{bmatrix} \quad (28)$$

Portanto:

$$\underline{M}_M \cdot \ddot{\underline{x}} - \underline{M}_C \cdot \dot{\underline{x}} - \underline{M}_K \cdot \underline{x} = \underline{M}_B \cdot \underline{u} \quad (29)$$

Onde:

- $\underline{M}_M$  → Matriz de Inércia do Sistema;
- $\underline{M}_C$  → Matriz de Amortecimento do Sistema;
- $\underline{M}_K$  → Matriz de Rigidez do Sistema;
- $\underline{M}_B$  → Matriz de Excitação do Sistema;

Para analisar o sistema, será utilizada a modelagem do sistema na forma de Espaço de Estados, portanto para se obter o sistema na forma:

$$\begin{cases} \dot{\underline{X}} = \underline{A} \cdot \underline{X} + \underline{B} \cdot \underline{U} \\ \underline{Y} = \underline{C} \cdot \underline{X} + \underline{D} \cdot \underline{U} \end{cases} \quad (30)$$

Onde:

- $\underline{A}$  → Matriz da Planta do sistema;
- $\underline{B}$  → Matriz de Entradas Controladas;
- $\underline{C}$  → Matriz de Saída;
- $\underline{D}$  → Matriz de Alimentação Direta;
- $\underline{X}$  → Vetor de Estados;
- $\underline{U}$  → Vetor de Entradas;
- $\underline{Y}$  → Vetor de Saídas

Pode-se determinar:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot \\ x_d \\ \cdot \\ x_t \\ \cdot \\ x_v \\ \cdot \\ \theta \\ \dots \\ x_d \\ \dots \\ x_t \\ \dots \\ x_v \\ \dots \\ \theta \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{cc|cc} \Theta_{4x4} & & I_{4x4} & \\ & & & \\ \hline & \overline{M_M}^{-1} \cdot \overline{M_K} & \overline{M_M}^{-1} \cdot \overline{M_C} & \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{l} x_d \\ x_t \\ x_v \\ \theta \\ \cdot \\ x_d \\ \cdot \\ x_t \\ \cdot \\ x_v \\ \cdot \\ \theta \end{array} \right\} + \left[ \begin{array}{c} \Theta_{4x4} \\ \dots \\ \overline{M_M}^{-1} \cdot \overline{M_B} \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{l} u_d \\ \cdot \\ u_d \\ u_t \\ \cdot \\ u_t \end{array} \right]$$

(31)

$$[y] = \overline{C} \cdot \left\{ \begin{array}{l} x_d \\ x_t \\ x_v \\ \theta \\ \cdot \\ x_d \\ \cdot \\ x_t \\ \cdot \\ x_v \\ \cdot \\ \theta \end{array} \right\} + \overline{D} \cdot \left[ \begin{array}{l} u_d \\ \cdot \\ u_d \\ u_t \\ \cdot \\ u_t \end{array} \right]$$

### 7.3. Suspensão Pneumática Passiva

Considera-se novamente o modelo da Fig. 26, porém agora se admite que a mola traseira seja substituída por molas pneumáticas. Mais especificamente, os dois feixes traseiros, um do lado direito, outro do lado esquerdo serão substituídos por quatro bolsas pneumáticas. Portanto, obtém-se um modelo em que a Rigidez  $K_t$  não é mais constante.

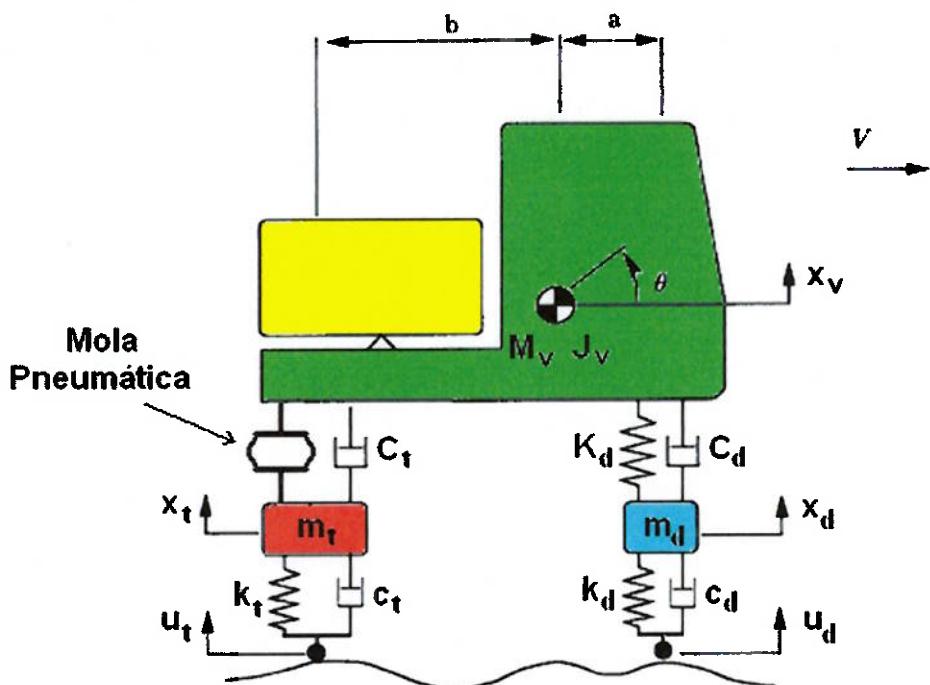
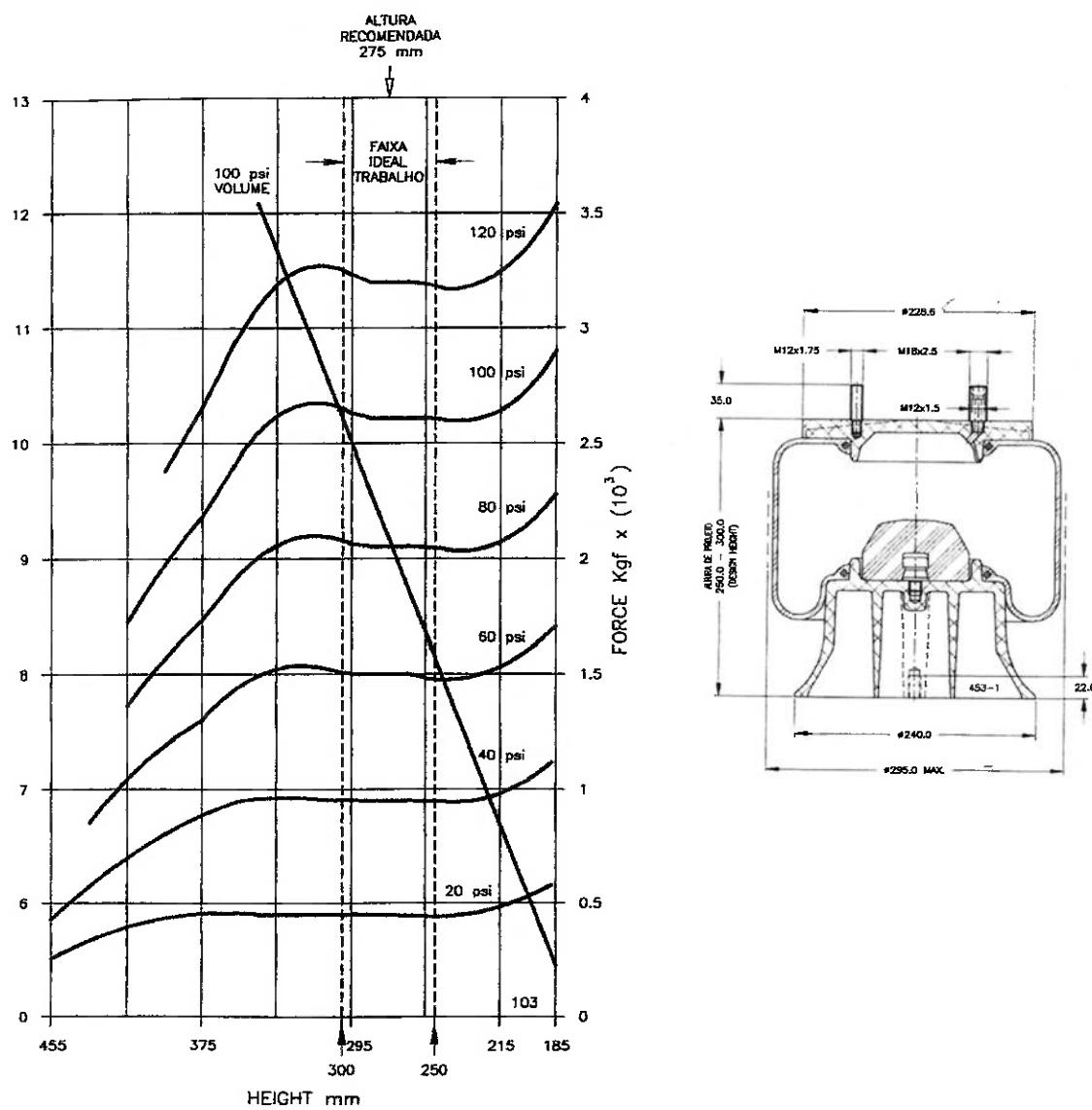


Fig. 27 – Modelo pneumático

Para o desenvolvimento deste estudo é fundamental o conhecimento do comportamento real da mola pneumática. Portanto, foram obtidas as curvas de ensaio de molas pneumáticas, de dois dos principais fabricantes, Firestone (Fig. 28) e Goodyear (Fig. 29). Abordagem semelhante também foi sugerida por [15, 24]. As figuras abaixo apresentam as curvas fornecidas nos dados técnicos de duas molas de aplicação em veículos de carga, uma de cada fabricante. Note que as duas curvas apresentam a mesma característica, pois na Fig. 28.a., foi adotada uma escala das abscissas decrescente, enquanto na figura b a escala é crescente.



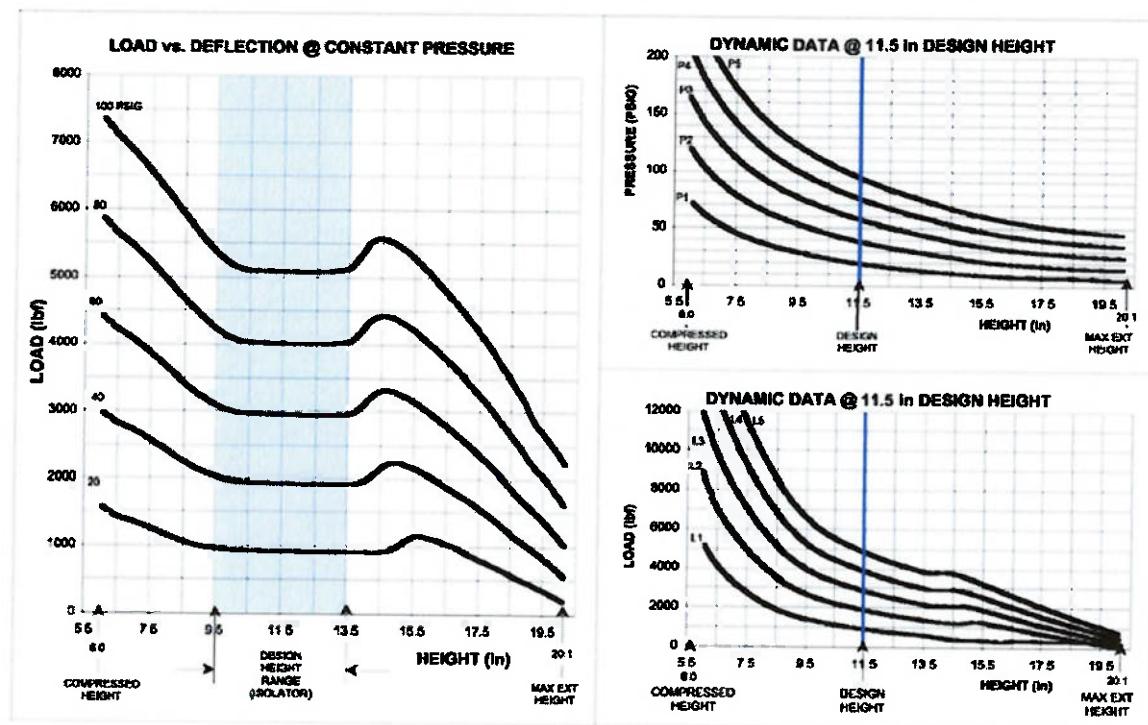


Fig. 29 – Curvas empíricas (Goodyear modelo 1R10-089).

Neste trabalho será considerada a mola representada na Fig. 28 o modelo 1R1A-390-295 da Firestone.

As curvas são obtidas pressurizado-se a bolsa a um determinado valor (pressão estática,  $p_e$ ), e medindo a força de reação da bolsa variando sua altura (deslocamento). Geralmente estas curvas são levantadas para pressões estáticas de 20 psi a 120 psi, variando-se sucessivamente a pressão interna em 20 psi, como pode ser observado nas Fig. 28 e 29.

Para exemplificar, supondo que se deseja manter uma carga estática de 15 kN suspensa pela mola, dentro da faixa de altura ideal da mola, pela Fig.28 é necessário uma pressão de 60 psi, assim, ao deslocar a massa a partir da altura inicial ideal, a força exercida pela mola descreve a curva nomeada de *60 psi* na Fig.28. Por isso muitas vezes estas curvas são erroneamente chamadas de Curvas Isobáricas de Deflexão, pois descrevem a pressão ideal para manter a carga estática suspensa a uma altura ideal da bolsa, porém a pressão interna da bolsa varia conforme o deslocamento da carga suspensa. Esta variação é obtida pela força de reação da mola (apresentada na escala a direita) dividida pela área do disco superior da bolsa que é constante (na Fig.28.b, o diâmetro do disco é 228,6mm).

Portanto, uma maneira de determinar a força  $F$  exercida pela mola em função do deslocamento  $z$ , onde:

$$z = x_t - b \cdot \theta - x_v \quad (32)$$

É determinar a equação que descreve a curva de  $F$  x  $z$ . Isto pode ser realizado pelo método dos mínimos quadrados.

Como para o caso em estudo, está se admitindo a carga de 100 kN no eixo traseiro com o veículo parado, e como a suspensão traseira do veículo é composta por quatro molas pneumáticas, tem-se que a carga estática sobre cada mola é 25 kN. E ainda, como a área do disco superior da bolsa, onde o peso do veículo está apoiado é constante e igual a:

$$A_e = \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \pi \cdot \frac{(0,2286)^2}{4} \rightarrow A_e = 0,0410 \text{ m}^2 \quad (33)$$

Tem-se que a pressão na bolsa para o veículo na condição estática é:

$$p_e = \frac{F}{A_e} = \frac{25.000}{0,0410} \rightarrow p_e = 609,1127 \text{ kPa} \quad \text{ou} \quad p_e = 88,34 \text{ psi} \quad (34)$$

Como não há uma curva para 88,34 psi na Fig. 28, serão interpolados pontos entre 80 psi e 100 psi referentes a pressão de 88,34 psi e a partir destes pontos, pelo método dos mínimos quadrados, por exemplo, determina-se a equação que descreve a Força da mola em função do deslocamento.

Primeiramente, como a tabela fornece os valores em relação à altura absoluta da bolsa,  $h$ , variando de 185 mm a 455 mm, é interessante realizar uma mudança de coordenadas para trabalhar com o gráfico com duas regiões: compressão e tração da bolsa. Como pode ser verificado pela Fig. 28, a altura de trabalho ideal da bolsa está na faixa entre 250 mm a 300 mm, portanto será adotado que na condição estática do veículo, a altura da bolsa é 275 mm. Também será invertido o sentido das abscissas, utilizando uma escala crescente, para facilitar a visualização no gráfico. Assim:

$$z = h - 0,275 \quad [m] \quad (35)$$

Onde os valores negativos de  $z$  representam a compressão da bolsa e os valores positivos de  $z$  representam a tração da bolsa. Será admitido, por convenção, que as forças da compressão da mola serão negativas, e as de tração positivas, assim:

$$F = F_a - 25.000 \quad [N] \quad (36)$$

Portanto, a partir do gráfico obtém-se os pontos da Tabela 1:

**Tabela 1 – Determinação dos pontos das curvas  $F$  x  $z$ .**

$h$ [m]	$z$ [m]	$F_a(80\text{ psi})$ [N]	$F_a(100\text{ psi})$ [N]	$F_a(88,34\text{ psi})$ [N]	$F(88,34\text{ psi})$ [N]
0,415	0,140	13.611,14	17.222,22	15.117,00	-9.883,00
0,375	0,100	17.222,24	21.666,67	19.076,00	-5.924,40
0,335	0,060	20.416,67	26.250,00	22.849,00	-2.150,80
0,295	0,020	20.555,56	26.388,89	22.988,00	-2.011,90
0,255	-0,020	20.416,67	26.111,11	22.791,00	-2.208,70
0,215	-0,060	20.694,45	26.416,67	23.081,00	-1.919,40
0,185	-0,090	22.777,80	28.888,89	25.326,00	326,10

A partir da segunda coluna ( $z$ ) e da sexta coluna (curva da força  $F$  para pressão estática de 88,34 psi), encontra-se o polinômio de terceira ordem:

$$F(z, 88,34) = -2.997.100 \cdot z^3 + 9.600 \cdot z^2 + 200 \cdot z \quad (37)$$

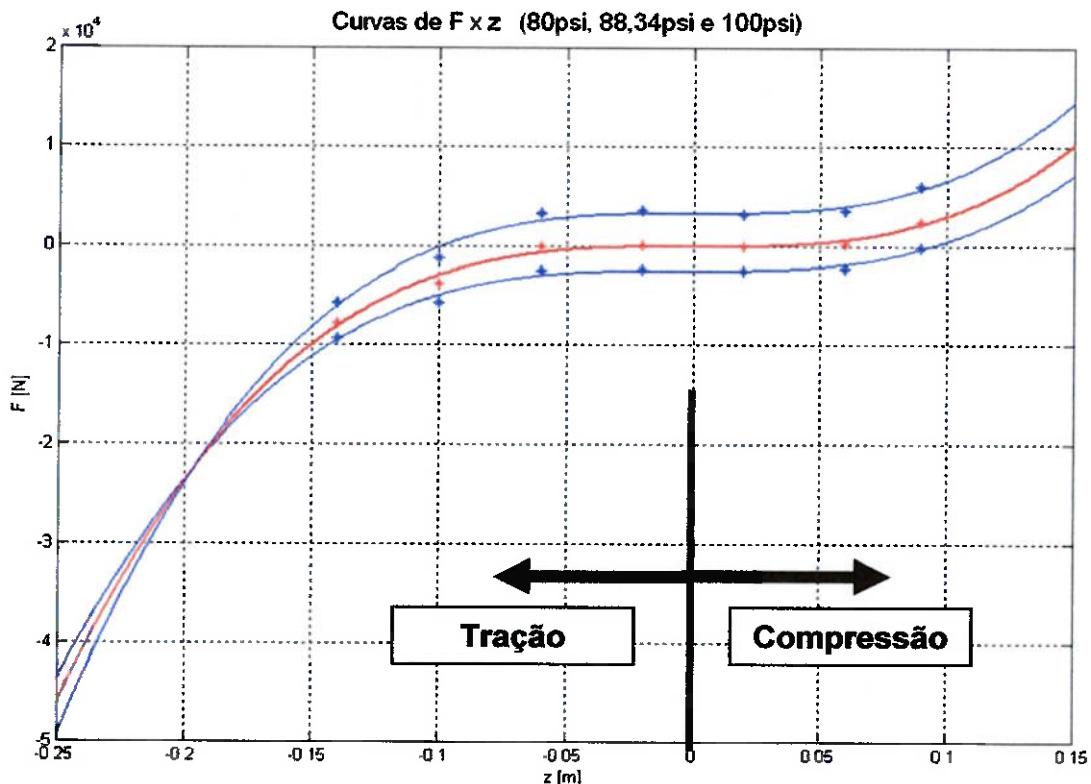
A Eq. (37) é a equação que descreve o comportamento para a mola da suspensão pneumática passiva do veículo. Cabe ressaltar que esta é a equação para uma bolsa, como o eixo possui quatro bolsas, a força atuante no veículo é quatro vezes o valor encontrado pela equação acima.

Abordando de maneira semelhante para as pressões de 80 psi e 100 psi, encontra-se respectivamente:

$$F(z, 80) = -2.740.900 \cdot z^3 + 21.700 \cdot z^2 + 300 \cdot z - 2.040 \quad (38)$$

$$F(z, 100) = -3.355.300 \cdot z^3 - 7.200 \cdot z^2 + 2.620 \quad (39)$$

As três equações acima podem ser vistas Fig. 30, onde a curva vermelha representa a equação para pressão estática de 88,34 psi. As duas azuis representam as curvas para 80 psi e 100 psi.



**Fig. 30 – Curvas geradas**

A partir da equação encontrada, pode-se estabelecer um paralelo entre o modelo adotado neste trabalho, e um modelo mola que segue o comportamento dinâmico segundo a equação de Duffing, envolvendo termos linear-quadrático-cúbico, assim os fenômenos descritos anteriormente, podem ser observados no modelo adotado [25]. Como o sinal de  $k' \neq k$ , ou seja,  $k' < 0$ , portanto a mola apresenta o comportamento de uma mola macia, seguindo a definição aplicada à equação de Duffing.

### Rigidez

A rigidez da suspensão traseira pode ser determinada por:

$$K_t = \frac{dF}{dz} = -8.991.300 \cdot z^2 + 19.200 \cdot z + 200 \quad (40)$$

Considerando o modelo da Fig. 27, pode-se escrever o sistema por:

$$\begin{cases} m_d \ddot{x}_d = K_d(x_v + a\theta - x_d) + C_d(\dot{x}_v + a\dot{\theta} - \dot{x}_d) - k_d(x_d - u_d) - c_d(\dot{x}_d - \dot{u}_d) \\ m_t \ddot{x}_t = F + C_t(\dot{x}_v - b\dot{\theta} - \dot{x}_t) - k_t(x_t - u_t) - c_t(\dot{x}_t - \dot{u}_t) \\ M_v \ddot{x}_v = -K_d(x_v + a\theta - x_d) - C_d(\dot{x}_v + a\dot{\theta} - \dot{x}_d) - F - C_t(\dot{x}_v - b\dot{\theta} - \dot{x}_t) \\ J_v \ddot{\theta} = -aK_d(x_v + a\theta - x_d) - aC_d(\dot{x}_v + a\dot{\theta} - \dot{x}_d) + bF + bC_t(\dot{x}_v - b\dot{\theta} - \dot{x}_t) \end{cases} \quad (41)$$

Onde  $F$  é a força fornecida pela Eq. (37). Como  $F$  é função de  $z$ , substituindo a equação (32) em (37), obtém-se:

$$F = F(z, 88.34) = -2.997.100 \cdot (x_t - b\theta - x_v)^3 + 9.600 \cdot (x_t - b\theta - x_v)^2 + 200 \cdot (x_t - b\theta - x_v) \quad (42)$$

Reescrevendo o sistema de forma matricial, obtém-se:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_d \\ \ddot{x}_t \\ \ddot{x}_v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} -(C_d + c_d) & 0 & C_d & a.C_d \\ 0 & -(C_t + c_t) & C_t & -b.C_t \\ C_d & C_t & -(C_d + C_t) & -a.C_d + b.C_t \\ a.C_d & -b.C_t & -a.C_d + b.C_t & -(a^2.C_d + b^2.C_t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{x}_t \\ \dot{x}_v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} -(K_d + k_d) & 0 & K_d & a.K_d \\ 0 & -k_t & 0 & 0 \\ K_d & 0 & -(K_d + K_t) & -a.K_d \\ a.K_d & 0 & -a.K_d & -a^2.K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_t \\ x_v \\ \theta \end{bmatrix} + F \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ b \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} k_d & c_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_t & c_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ \dot{u}_d \\ u_t \\ \dot{u}_t \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{43}$$

Note que o termo da força fornecida pela mola pneumática foi retirado da matriz de rigidez do sistema. Assim, pode-se calcular o valor de  $F$  a cada instante, avaliando-se os valores de  $x_t$ ,  $x_v$ ,  $b$  e  $\theta$  na Eq. (32). Portanto:

$$\underline{M}_M \cdot \ddot{\underline{x}} - \underline{M}_C \cdot \dot{\underline{x}} - \underline{M}_K \cdot \underline{x} - F \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ b \end{bmatrix} = \underline{M}_B \cdot \underline{u} \tag{44}$$

Onde a matriz  $\underline{M}_K$  é igual matriz de Rigidez do sistema do sistema anteriormente descrito, porém desconsiderando a rigidez da mola traseira.

E, enfim:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot \\ x_d \\ \cdot \\ x_t \\ \cdot \\ x_v \\ \theta \\ \cdot \\ x_d \\ \cdot \\ x_t \\ \cdot \\ x_v \\ \cdot \\ \theta \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{c|c} \Theta_{4x4} & I_{4x4} \\ \hline M_M^{-1} \cdot M_K & M_M^{-1} \cdot M_C \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{l} x_d \\ x_t \\ x_v \\ \theta \\ \cdot \\ x_d \\ \cdot \\ x_t \\ \cdot \\ x_v \\ \cdot \\ \theta \end{array} \right\} + F \cdot \left[ \begin{array}{c} \Theta_{4x1} \\ 0 \\ \frac{M_M^{-1}}{-M_M^{-1}} \\ b \cdot \frac{M_M^{-1}}{M_M^{-1}} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \Theta_{4x4} \\ M_M^{-1} \cdot M_B \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{l} u_d \\ \cdot \\ u_d \\ u_t \\ \cdot \\ u_t \\ \theta \end{array} \right] \quad (45)$$
  

$$[y] = C \cdot \left\{ \begin{array}{l} x_d \\ x_t \\ x_v \\ \theta \\ \cdot \\ x_d \\ \cdot \\ x_t \\ \cdot \\ x_v \\ \cdot \\ \theta \end{array} \right\} + D \cdot \left[ \begin{array}{l} u_d \\ \cdot \\ u_d \\ u_t \\ \cdot \\ u_t \\ \theta \end{array} \right]$$

#### 7.4. Variação da Energia Potencial das Molas Passivas

Derivando em função do tempo a Eq. (7):

$$E_{mola} = \int F \cdot dz$$

Obtém-se a “Potência” que é armazenada na mola,  $N_{mola}$ :

$$N_{mola} = \frac{dE_{mola}}{dt} = F \cdot \frac{dz}{dt}$$

$$\therefore N_{mola} = F \cdot z' [W] \quad (46)$$

Assim, plotando-se a variação da energia potencial nas duas molas passivas para uma entrada degrau, obtém-se a Fig. 31:

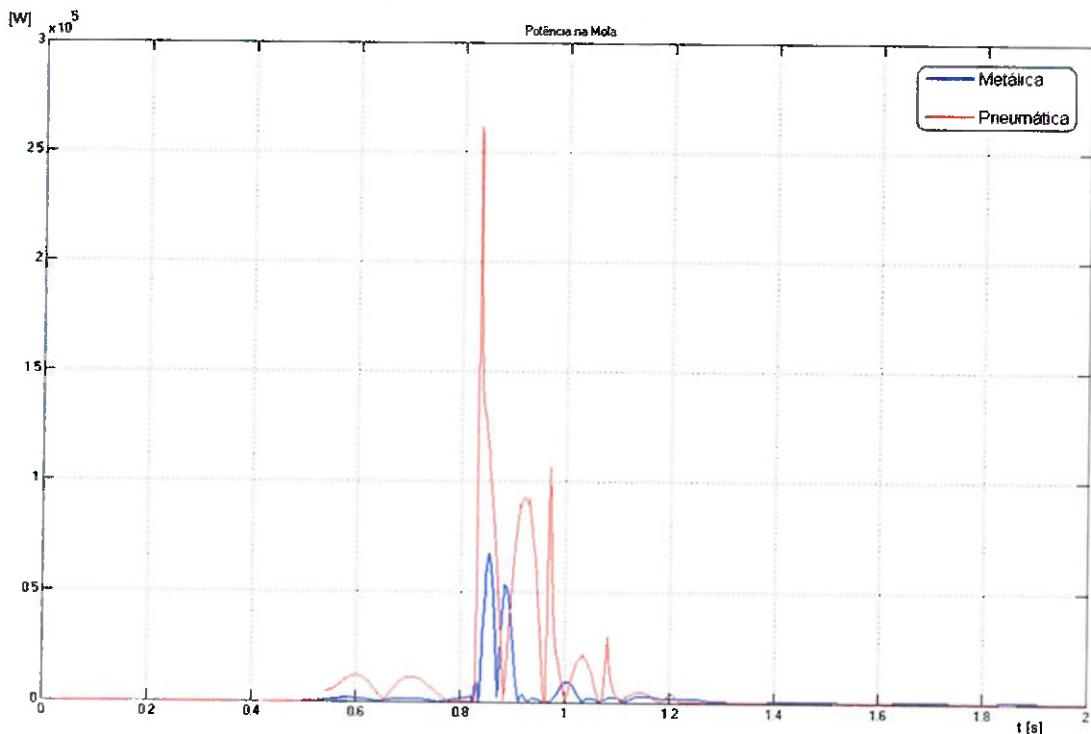


Fig. 31 – Variação da energia potencial acumulada nas molas.

Observa-se que a potência que é armazenada na mola pneumática é bem superior a da mola metálica, como esperado. Também pode-se interpretar no gráfico que boa parte da energia que não é acumulada na mola metálica é transferida para o veículo e para o pavimento.

## 8. SISTEMAS ATIVOS x SEMI-ATIVOS \*

Para o desenvolvimento do sistema ativo, considerou-se inicialmente, um sistema que regulasse a pressão interna da bolsa, injetando ou retirando uma determinada quantidade de ar do interior da bolsa. Porém, uma avaliação preliminar demonstra que para implementação deste sistema é necessária uma demanda de potência significativa para a compressão de ar pelo motor do veículo, que embora para um estudo inicial fosse válida, seria desejável desenvolver um sistema com características mais facilmente implementáveis. Portanto chegou-se a um sistema que poderia variar a rigidez da bolsa, ou seu comportamento dinâmico, através da variação da restrição de uma válvula, que comunica a bolsa pneumática e um reservatório de ar auxiliar, como na Fig. 32.

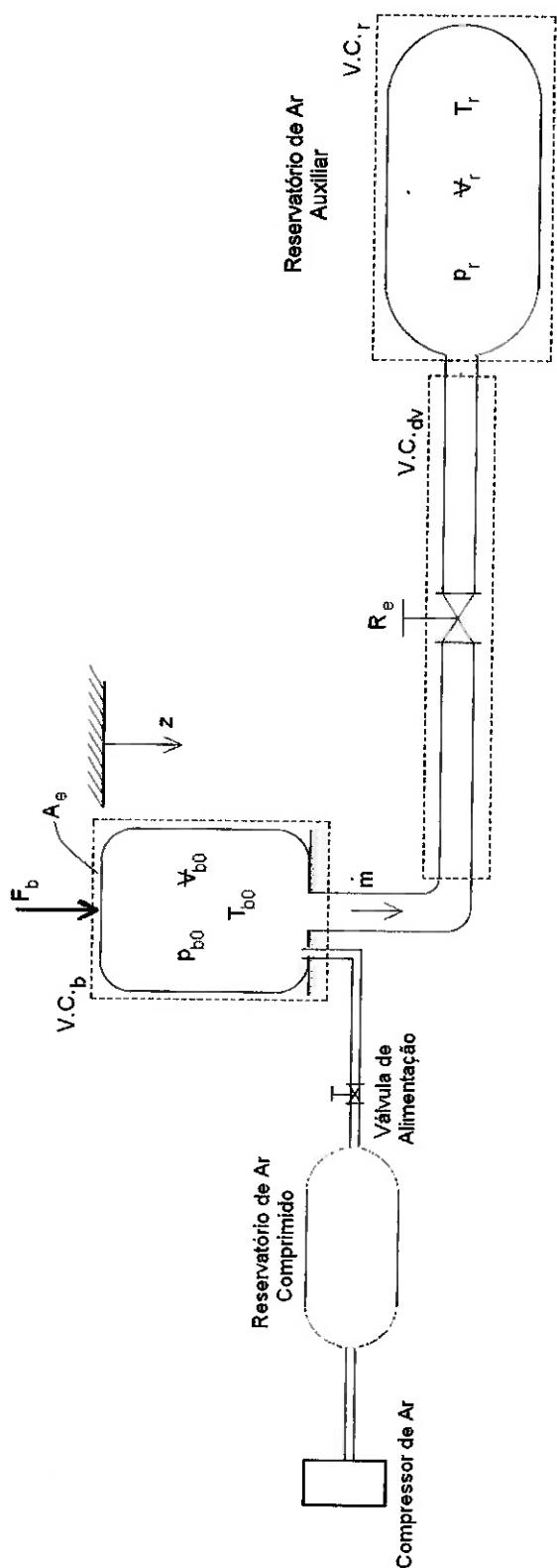
A denominação desta nova proposta de sistema é de um sistema Semi-ativo. A principal diferença entre um sistema ativo e um sistema semi-ativo reside no fato de que em um sistema ativo, ou atua-se na dinâmica do sistema por meio de um atuador de potência, que demanda uma potência significativa com relação às dimensões do sistema que se deseja controlar, ou variam-se determinados parâmetros do sistema, também demandando uma potência significativa para isto, como por exemplo, a proposta inicial para este projeto: variar a rigidez da mola pneumática, ou seja, a pressão interna da bolsa, injetando ou retirando ar da bolsa, por intermédio do compressor pneumático do veículo.

Já em um sistema semi-ativo, a atuação sobre a dinâmica do sistema se dá pela variação de parâmetros sem a utilização de uma potência relativamente elevada pelo sistema de controle. Por exemplo, um sistema semi-ativo muito interessante, é a utilização de amortecedores com variação do coeficiente de amortecimento, onde esta variação é realizada controlando-se a abertura dos orifícios que comunicam as câmaras do amortecedor, assim a potência demandada pelo sistema de controle é equivalente à utilizada por um motor de passo, por exemplo, que controla a abertura destes orifícios eletronicamente. Um outro exemplo são os amortecedores rheoeletétricos que utilizam como fluido de trabalho uma substância que varia suas características de viscosidade proporcionalmente a um campo magnético ou elétrico a que estejam sujeitas.

---

\* Neste capítulo visa-se apresentar uma definição formal do conceito de sistemas ativos e semi-ativos. Porém existem outras definições que divergem da apresentada neste item, podendo ser classificado um sistema semi-ativo como aquele que mantém presente um atuador juntamente com a mola e o amortecedor; e um sistema ativo aquele em que só está presente o atuador.

Portanto a proposta para o sistema deste projeto é apresentada na Fig. 32:



**Fig. 32 - Esquema do Sistema Semi-Ativo.**

## 9. MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA SEMI-ATIVO

Para o desenvolvimento das próximas etapas do projeto, foi desenvolvido o equacionamento algébrico do modelo apresentado. Este equacionamento foi baseado em três volumes de controle principais:

- **V.C.<sub>b</sub>** - Mola Pneumática (bolsa pneumática);
- **V.C.<sub>r</sub>** - Reservatório de Ar Auxiliar.
- **V.C.<sub>dv</sub>** - Dutos e Válvula de Controle;

Estes Volumes de Controle podem ser observados na Fig. 32.

### 9.1. V.C.<sub>b</sub> - Bolsa Pneumática

Pela Equação da Continuidade:

$$\begin{aligned} m(t) &= \rho(t) + \nabla(t) \\ \therefore \\ \dot{m} &= \dot{\rho}_{b0} \cdot \dot{\nabla} + \dot{\rho} \cdot \nabla_{b0} \end{aligned}$$

Considerando o ar como gás perfeito:

$$p \cdot \nabla = n \cdot \bar{R} \cdot T \rightarrow p \cdot \nabla = m \cdot R \cdot T \rightarrow p = \rho \cdot R \cdot T$$

$$\frac{dp_b}{dt} = \frac{d\rho}{dt} \cdot R \cdot T_{b0} + \rho_{b0} \cdot R \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{R \cdot T_{b0}} \cdot \frac{dp_b}{dt}$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho_{b0} \cdot \frac{d\nabla}{dt} + \frac{\nabla_{b0}}{R \cdot T_{b0}} \cdot \frac{dp_b}{dt}$$

$$\text{como: } \frac{d\forall}{dt} = -A_e \cdot \frac{dz}{dt} :$$

$$\frac{dm}{dt} = -\rho_{b0} \cdot A_e \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{\forall_{b0}}{R \cdot T_{b0}} \cdot \frac{dp_b}{dt} \quad (47)$$

Pela Regra da Cadeia:  $\frac{dm}{dt} = \frac{dm}{dz} \cdot \frac{dz}{dt}$ , portanto:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} &= -\rho_{b0} \cdot A_e \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{\forall_{b0}}{R \cdot T_{b0}} \cdot \frac{dp_b}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} \\ \frac{dm}{dz} &= -\rho_{b0} \cdot A_e + \frac{\forall_{b0}}{R \cdot T_{b0}} \cdot \frac{dp_b}{dz} \end{aligned} \quad (48)$$

E como  $p_b = \frac{F_b}{A_e} \rightarrow \frac{dp_b}{dz} = \frac{1}{A_e} \cdot \frac{dF_b}{dz}$ , define-se  $K_{bm} = \frac{dF_b}{dz}$ , portanto:

$$K_{bm} = \frac{dF_b}{dz} = \frac{R \cdot T_{b0} \cdot A_e}{\forall_{b0}} \cdot \left( \frac{dm}{dz} + \rho_{b0} \cdot A_e \right) \quad (49)$$

Considerando, ainda, para a bolsa que:

$$\forall_b = \forall_{b0} - A_e \cdot z \quad \text{e} \quad p_{b0} \cdot \forall'_{b0} = p_b \cdot \forall'_b = cte :$$

$$\frac{dp_b}{dz} = -\frac{\gamma \cdot p_{b0} \cdot \forall'_{b0}}{\forall_b^{\gamma+1}} \cdot \frac{d\forall_b}{dz}$$

$$\frac{dp_b}{dz} = -\frac{\gamma \cdot p_{b0} \cdot \forall'_{b0} \cdot A_e}{(\forall_{b0} - A_e \cdot z)^{\gamma+1}}$$

E definindo  $K_{bv} = \frac{dF_b}{dz} = A_e \cdot \frac{dp_b}{dz}$ :

$$K_{bv} = \frac{\gamma \cdot p_{b0} \cdot V_{b0}^r \cdot A_e^2}{(V_{b0} - A_e \cdot z)^{r+1}} \quad (50)$$

Note que a Eq. (50) é análoga às Eq. (22) e (23) desenvolvidas anteriormente para o equacionamento termodinâmico no caso geral.

E finalmente, conclui-se que:

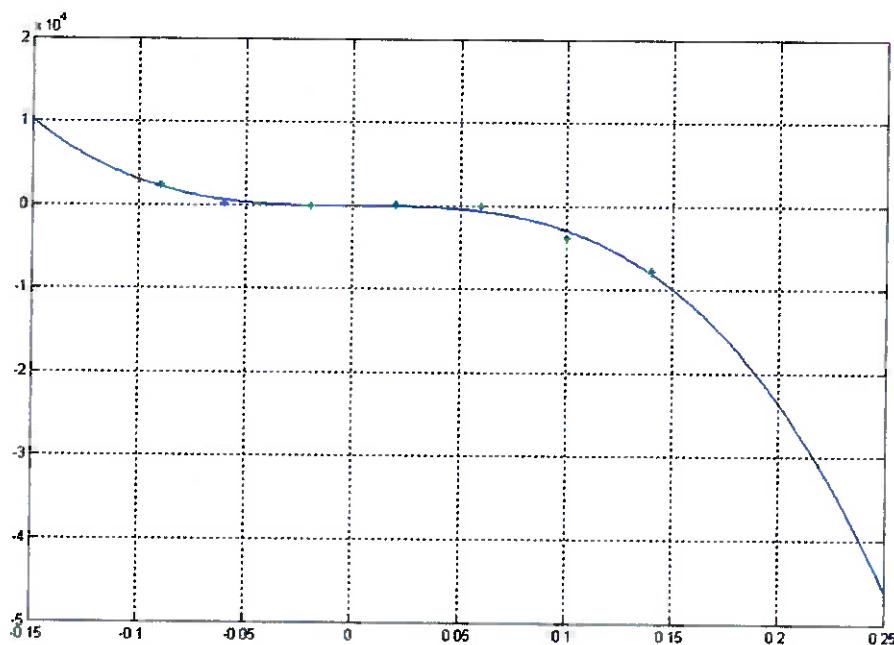
$$K_b = K_{bv} + K_{bm}$$

$$\therefore K_b = \frac{\gamma \cdot p_{b0} \cdot V_{b0}^r \cdot A_e^2}{(V_{b0} - A_e \cdot z)^{r+1}} + \frac{R \cdot T_{b0} \cdot A_e}{V_{b0}} \cdot \left( \frac{dm}{dz} + \rho_{b0} \cdot A_e \right) \quad (51)$$

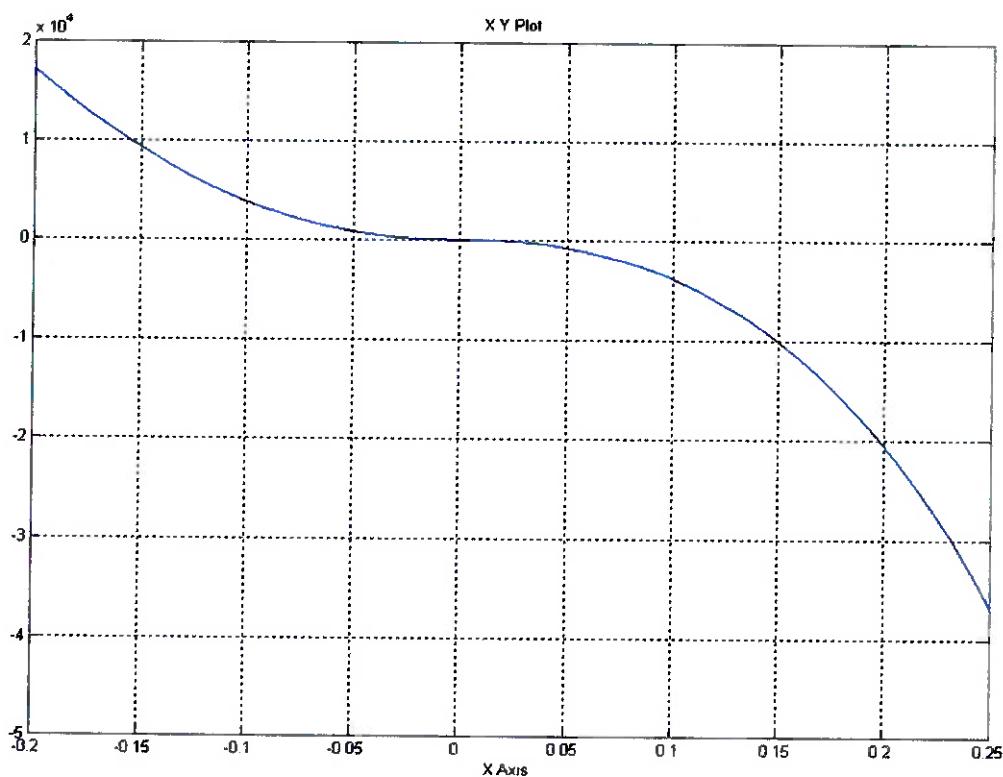
Portanto, pode ser observado que a rigidez da mola depende da variação volumétrica da bolsa, que é expressa pela variação da cota  $z$ , e pela variação da massa de ar no interior da bolsa, que depende do fluxo de massa para o reservatório auxiliar, que em (51) foi expresso em função do deslocamento da bolsa. Portanto o balanço de massa na bolsa dependerá dos parâmetros e das condições de equilíbrio com o reservatório auxiliar através dos dutos e da válvula de controle.

Admitindo uma bolsa sem estar conectada ao sistema auxiliar, ou seja, considerando uma bolsa que só apresenta o termo da rigidez  $K_{bv}$  dado pela eq. (50), pode-se determinar a curva *Força x deslocamento* como se fosse o sistema convencional passivo, Fig. 33b. Portanto pode-se comparar esta curva, gerada a partir do equacionamento apresentado acima, com a curva determinada a partir dos dados empíricos, como apresentado anteriormente no item 7.3. Como pode ser observado na Fig. 33, a curva gerada a partir do modelo matemático apresenta um comportamento muito próximo ao modelo empírico. Nota-se que a rigidez do modelo empírico é maior para valores de deslocamento  $z$  mais distantes da condição estática ( $z=0$ ), pois para esta curva, gerada a partir de testes, o fator devido à rigidez do material da bolsa passa a ser mais significativa com relação à compressibilidade do ar.

a)



b)



**Fig. 33 – a)** Curva  $F_b$  x  $z$  a partir dos dados empíricos;

**b)** Curva  $F_b$  x  $z$  a partir do modelo matemático.

## 9.2. V.C.<sub>r</sub> - Reservatório

Considerando o reservatório rígido, sua variação de pressão interna se dá essencialmente pela variação de massa devido à variação da pressão na bolsa pneumática, assim:

$$\frac{dp_r}{dz} = \frac{R \cdot T_r}{\nabla_r} \cdot \frac{dm}{dz}$$

Considerando que nas condições estáticas:

$$\begin{cases} z(0) = 0 \\ p_r(0) = p_{r0} = p_{b0} \\ m(0) = 0 \end{cases}$$

$$\int_{p_{b0}}^{p_r} dp_r = \frac{R \cdot T_r}{\nabla_r} \cdot \int_0^m dm$$

$$p_r = p_{b0} + \frac{R \cdot T_r}{\nabla_r} \cdot m \quad (52)$$

## 9.3. V.C.<sub>dv</sub> - Dutos e Válvula de Controle

Pode-se demonstrar, por meio de analogia com sistemas elétricos, que para um fluxo de um fluido em um duto com uma válvula de regulagem que:

$$R_e = \frac{p_b - p_r}{\dot{m}} \quad \left( \text{analogia elétrica: } R = \frac{U_1 - U_2}{i} \right) \quad (53)$$

$$\therefore \dot{m} = \frac{p_b - p_r}{R_e} \quad (54)$$

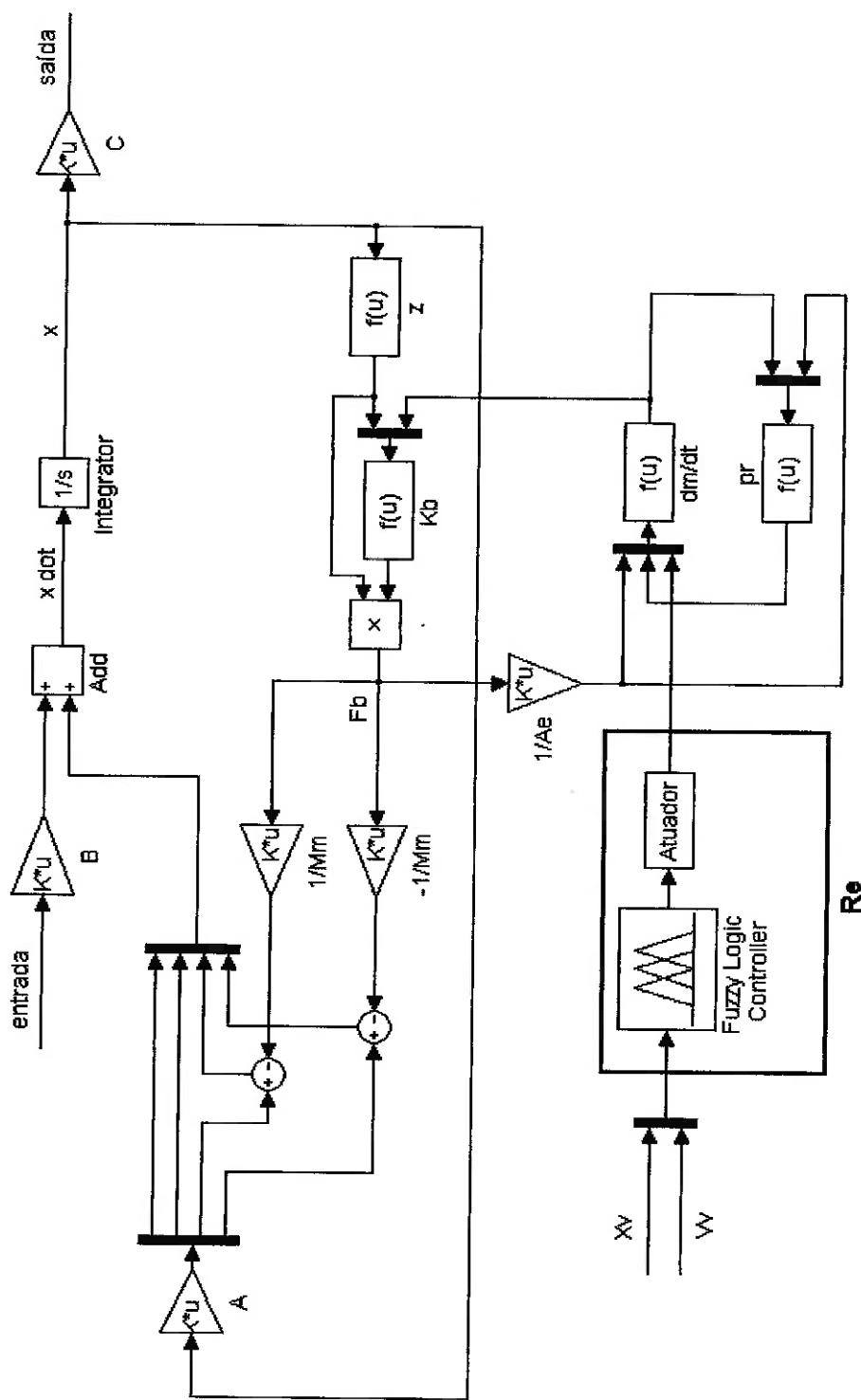
Onde  $R_e$  representa a resistência ao escoamento do fluido devido a fenômenos, como: atrito do fluido com as paredes do duto; regime de escoamento;

compressibilidade do fluido; blocagem; etc. E principalmente a restrição imposta pela passagem da válvula.

É sobre o valor de  $R_e$  que objetiva-se efetuar o controle do sistema. Desta maneira, a rigidez da mola pneumática será regulada, variando-se a área de passagem que comunica a mola pneumática e o reservatório auxiliar.

Deve-se ressaltar que os parâmetros dimensionais dos dutos, da válvula de controle e do reservatório auxiliar, devem ser dimensionados de maneira a possibilitar uma variação de rigidez eficiente da mola pneumática. Será admitido para o modelo apresentado neste relatório que estas condições de contorno são válidas, sendo necessário, caso da montagem de um aparato experimental, averiguar se o modelo real trabalha próximo destas condições. Caso contrário, um modelo mais refinado da válvula deve ser desenvolvido. Existem na literatura modelos que podem ser utilizados ou mesmo dados podem ser levantados por ensaios empíricos. Vale ressaltar, como será apresentado mais a diante, que uma das vantagens de utilizar um controlador fuzzy é que este apresenta a capacidade de trabalhar com a variação de parâmetros do sistema, sendo assim significativamente robusto. Por este aspecto é esperado que o modelo simplificado da válvula deste relatório não apresente uma divergência muito grande do modelo real.

Portanto, a partir das equações 51, 52 e 54 é possível equacionar o sistema e desenvolver o modelo apresentado na Fig. 34.



**Fig. 34 – Esquema exemplificando parâmetro  $R_e$  controlado pelo Sistema Fuzzy**

## 10. SISTEMA DE CONTROLE

### 10.1. Lógica Fuzzy - Introdução

A operação de sistemas inteligentes é geralmente associada às analogias com sistemas biológicos: por exemplo, ao se observar uma pessoa cumprindo determinadas tarefas de controle, reconhecendo padrões, ou tomando decisões. Até o presente momento, existe um grande descompasso entre a capacidade criativa dos seres humanos e a possibilidade de solução que as máquinas computacionais proporcionam, devido ao fato de que as pessoas raciocinam de forma incerta, imprecisa, difusa ou nebulosa, enquanto que as máquinas e computadores são movidos por raciocínio preciso e binário. A eliminação de tal restrição faria com que as máquinas pudessem tomar decisões ou ações de controle da mesma maneira imprecisa que os seres humanos. Tal forma de raciocínio é chamada em inglês por “fuzzy” que é sinônimo de incerto, impreciso, difuso ou nebuloso.

Inteligência Artificial é uma disciplina que estuda como as pessoas resolvem problemas e como as máquinas podem emular este comportamento humano de "solução de problemas". Em outras palavras, como fazer com que as máquinas sejam mais atribuídas de características da inteligência humana.

A Lógica Fuzzy é uma técnica que incorpora a forma humana de pensar em um sistema de controle. Um controlador fuzzy típico pode ser projetado para comportar-se conforme o raciocínio dedutivo, isto é, o processo que as pessoas utilizam para inferir conclusões baseadas em informações que elas já conhecem. Por exemplo, operadores humanos podem controlar processos industriais e plantas com características não-lineares e até com comportamento dinâmico pouco conhecido, através de experiência e inferência de relações entre as variáveis do processo. A Lógica Fuzzy pode capturar esse conhecimento em um controlador fuzzy, possibilitando a implementação de um controlador computacional com desempenho equivalente ao do operador humano.

Outra forma de raciocínio é o indutivo, que também pode ser utilizado no projeto de controladores fuzzy, onde seria possível o aprendizado e generalização através de exemplos particulares provenientes da observação do comportamento do

processo numa situação dinâmica, ou variante no tempo. Esse enfoque é geralmente referido como controle fuzzy "aprendiz" ou então como controle fuzzy adaptativo.

Vantagens significativas podem ser obtidas de controladores que podem aprender com a experiência, de tal forma que quando uma situação é encontrada repetidamente, estes controladores saberão como gerenciar o problema. Os sistemas fuzzy adaptativos podem se ajustar às mudanças no ambiente devido à sua habilidade de aprender e explicar seu raciocínio, além de poderem ser modificados e estendidos. Tal equilíbrio entre a aprendizagem por exemplos e a codificação do conhecimento humano explícito, fazem que tais sistemas sejam muito robustos, extensíveis e passíveis de serem aplicados em uma larga gama de problemas.

Uma outra ferramenta muito poderosa em controle inteligente é a aplicação de redes neurais artificiais, que emulam as funções biológicas de baixo nível do cérebro para resolver tarefas de controle. Redes neurais têm a capacidade de aprender como controlar um sistema, através de exemplos numéricos entre dados de entrada e saída do mesmo, enquanto que a técnica fuzzy pode aprender através de exemplos semânticos.

Um sistema inteligente ideal permitiria a criação de sistemas autônomos, os quais poderiam executar tarefas complexas de controle sob todas as condições de operação de um processo ou de uma planta, mesmo na presença de falhas, sem supervisão ou intervenção de operadores externos.

## 10.2. Modelagem e Controle de Sistemas

A modelagem de situações reais é necessária por poder ser objeto de utilização em ensaios e experimentos de uma forma mais fácil, e com menores custos, do que a utilização dos sistemas reais. Destacam-se enfoques de modelagem baseados em:

- Método experimental;
- Modelagem matemática (ou analítica);
- Método heurístico.

### 10.2.1. Método Experimental

Considerando um determinado sistema, com uma única entrada e uma única saída, de parâmetros invariantes no tempo, caracterizado por uma tabela 2, a qual foi construída experimentalmente, através da medição da resposta na saída para um conjunto de valores na entrada. O método é equivalente ao de se plotar pontos discretos de uma curva característica de entrada versus saída, utilizando-se o eixo horizontal para a entrada e o eixo vertical para a saída.

**Tabela 2 — Tabela de dados de entrada e saída**

ENTRADAS	SAÍDAS
0	1.5
2.6	4.5
4.7	7.9
9.1	15.3
2.6	29.8

Geralmente, os equipamentos físicos de que se constitui o processo não estão facilmente disponíveis. Conseqüentemente, não se podem efetuar experimentos para determinar como o processo reage às diversas entradas, não se podendo, portanto, projetar o sistema de controle apropriado. Mesmo que os equipamentos do processo estejam disponíveis para experimentação, o procedimento experimental pode ser caro, e muitas vezes há problemas de segurança em plantas que inibem a operação em malha aberta. Além disso, um número muito grande de valores de entrada pode ser impraticável de se medir, e uma interpolação entre tais medidas é sempre necessária. Um estudo cuidadoso também se faz necessário para avaliar se as faixas de valores de entrada e saída são cobertas pelos instrumentos de medição. É muito mais desejável de se calcular, isto é, de se predizer dos possíveis valores de entrada, sem a necessidade de utilizar medições. Assim, é preciso uma descrição de como o

processo reage para várias entradas, sendo exatamente isso o que os modelos matemáticos fazem.

### **10.2.2. Método de Modelagem Matemática**

O enfoque tradicionalmente utilizado em engenharia de controle é o de se obter um modelo idealizado do processo a ser controlado, geralmente na forma de equações diferenciais. Utilizam-se normalmente de transformadas de Laplace ou Z para tais descrições. Para se obter modelos matemáticos simples, certas restrições são feitas; assumindo-se, por exemplo, que o processo é linear, ou seja, que variações nas entradas produzem variações proporcionais nas saídas. Ao se assumir a propriedade de linearidade, pode-se utilizar de técnicas extremamente poderosas, com soluções analíticas ideais. Sistemas não-lineares, no entanto, não possuem uma teoria geral para solução analítica, e muitas vezes necessitam ser linearizados em torno de um ponto de operação. Outra restrição muito utilizada em análises de sistemas lineares é que os parâmetros de processo não se alteram, ou seja, que o sistema seja invariante no tempo, apesar de na realidade ocorrer deterioração dos componentes dos sistemas com o passar do tempo, além de impactos ambientais, tais como influências de temperatura e pressão. Devido a tais simplificações, geralmente encontram-se sérias dificuldades no desenvolvimento de uma descrição matemática significativa e realista de um determinado processo. As causas de tais dificuldades podem ser classificadas como:

- Fenômenos físicos ou químicos "pobremente" compreendidos;
- Valores imprecisos de parâmetros;
- A dimensão e a complexidade do modelo;
- Distúrbios externos.

### 10.2.3. Método Heurístico

O método heurístico consiste em se realizar uma tarefa de acordo com a experiência prévia, com regras práticas ou "dicas" e estratégias já frequentemente utilizadas. Uma regra heurística é uma implicação lógica da forma:

SE <condição> ENTÃO <conseqüência>

ou então em uma regra típica de uma situação de controle:

SE <condição> ENTÃO <ação>

Regras associam conclusões (ou conseqüências) com condições (ou antecedentes). O método heurístico é similar ao método experimental de se construir uma tabela de entradas e saídas. Para cada linha da tabela, têm-se uma relação entre as variáveis de entrada(s) e as de saída(s). Pode-se escrever uma linha de regra heurística da seguinte forma:

SE  $e_{ent}=1$  volt ENTÃO  $e_{saída}=3,5$  volts

Em vez de se utilizar números reais, as entradas e saídas podem ser descritas através de "valores fuzzy":

SE  $e_{ent} = \text{MÉDIO}$  então  $e_{saída} = \text{GRANDE}$

onde MÉDIO e GRANDE são definidos através de funções de pertinência que descrevem a imprecisão de tais valores de entrada e saída.

Notar que em vez de se utilizar uma expressão numérica, uma expressão lingüística (ou verbal) pode ser utilizada, para descrever a relação entre a variável de entrada e a de saída. Mais importante que isso, a restrição de linearidade não é mais necessária ou mesmo relevante, uma vez que a função entrada-saída é descrita ponto a ponto, exatamente como no método experimental. Em outras palavras, o poder do

método heurístico está em sua habilidade de se possibilitar a construção de uma função de entrada versus saída, não matemática, e útil na descrição de uma planta ou processo. Isso pode ser feito sempre que um modelo equivalente matemático for muito difícil ou complexo de se obter, mesmo com a presença de parâmetros incertos, desconhecidos ou variantes no tempo.

Por exemplo, no enfoque fuzzy, uma função real de entrada-saída é aproximada por seções que cobrem regiões da função. Em vez de se especificar um valor exato de um ponto na função de entrada-saída, a seção indicaria um conjunto de valores plausíveis. Quanto maior a cobertura da região, mais incerta (ou seja, mais fuzzy) seria um valor nesse conjunto para representar um ponto real. Cada região é expressa por uma regra heurística SE... ENTÃO. Da mesma forma, quanto menos incertas (fuzzy) forem as regras, as regiões serão menores. Se as regras contiverem números reais, em vez de conjuntos fuzzy, elas se tornariam pontos. De acordo com o Teorema de Aproximação Fuzzy, uma curva pode ser sempre convertida em descrições verbais através de um número finito de regiões fuzzy. Essa estrutura de regras é usada explicitamente por alguns sistemas inteligentes, tais como sistemas fuzzy e sistemas especialistas, inclusive os sistemas neurofuzzy.

É neste contexto que a aplicação de lógica fuzzy apresenta outra vantagem no projeto abordado neste trabalho: com este método de controle, pode-se considerar que os efeitos que são bastante difíceis de serem equacionados, como os fenômenos de superfície, o atrito do fluido com as paredes do duto, os efeitos de camada limite, efeitos térmicos, etc., podem ser agrupados dentro da variável de controle  $R_e$ , que embora esteja relacionada apenas à abertura da válvula, terão reflexo nas decisões de controle por meio da observação de parâmetros macroscópicos, como por exemplo, o deslocamento e a velocidade verticais do veículo.

### 10.3. Bivalência e Multivalência

A ciência da computação é baseada na bivalência. A álgebra booleana é considerada como uma ferramenta, que possibilita embarcar "as leis da verdade" em linguagem matemática.

Há um considerável descompasso entre o mundo real e a visão bivalente do mesmo, a começar pelo fato que o mundo real contém um número infinito de sombreamentos e graus de cinza entre as cores preta e branca. No mundo real, tudo é uma questão de ponto de vista ou de graduação, ou seja, tudo depende. O mundo real não é bivalente, é na realidade multivalente com um infinito espectro de opções em vez de duas. Em termos técnicos, o mundo real é analógico, não digital, com muitos tons de cinza entre o branco e o preto. Verdade absoluta e precisão existem apenas como "casos extremos", a insistência nos extremos como válidas deve-se apenas a uma polarização cultural, nada mais. Assim, o objetivo da lógica fuzzy é o de capturar esses tons de cinza e graus de verdade. A lógica fuzzy trabalha, com tal incerteza e verdade parcial os fenômenos naturais, de uma maneira sistemática e rigorosa.

A comunicação humana contém diversas incertezas na forma de expressões verbais, que são vagas, imprecisas, com pouca resolução. Às vezes utilizam das mesmas palavras com significados diferentes. Para os seres humanos, as palavras não representam uma idéia única, mas representam um conjunto de idéias: por exemplo, casa, escola, carro. O ser humano utiliza um julgamento intuitivo para se avaliar em que grau, a casa, a escola, ou o carro pertencem à sua concepção dos mesmos. Talvez uma cabana seja uma casa com um grau de 5%, um prédio de escola seja uma escola com um grau de 50%, e um carro Mercedes-Benz seja um carro com grau de 100%. Os conjuntos "casa", "escola", e "carro" são conjuntos fuzzy, e os seres humanos conseguem raciocinar com eles.

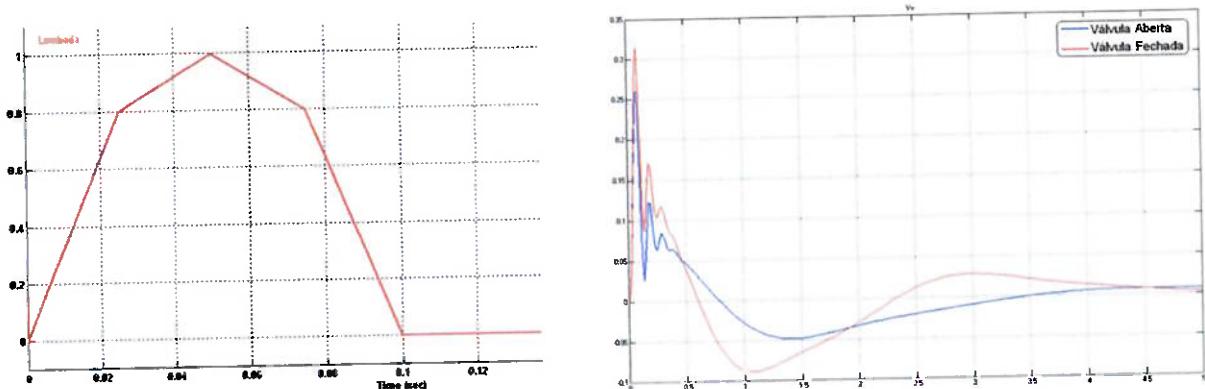
Por outro lado, os computadores podem apenas "raciocinar" de forma bivalente: 0 e 1. Os computadores não conseguem entender os termos fuzzy da comunicação humana. A lógica fuzzy pode preencher esse vazio e traduzir os graus de verdade das afirmações de uma maneira que os computadores possam processar tal informação.

## 11. CONTROLADOR FUZZY

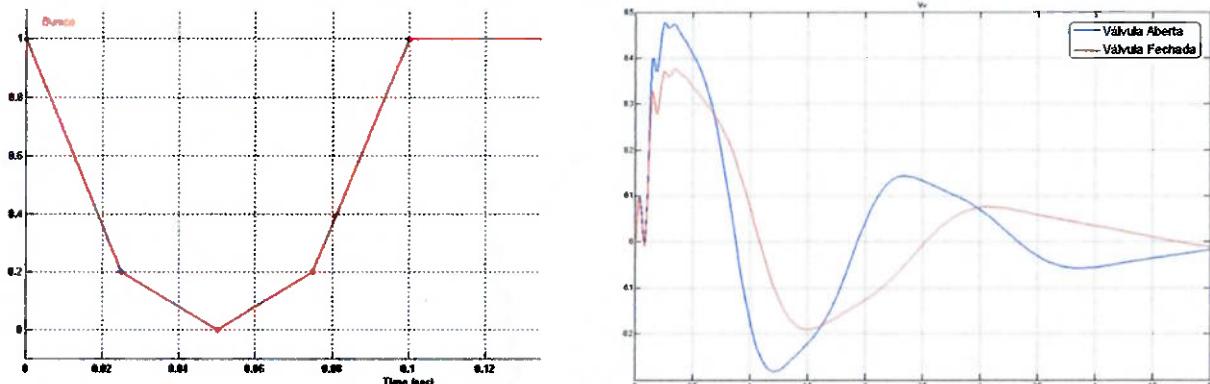
Utilizando a ferramenta Fuzzy Inference System do software MatLab e simulação via Simulink, foi desenvolvido o sistema de controle para o modelo semi-ativo apresentado.

Primeiramente, foi desenvolvido um modelo de um quarto de veículo para a determinação dos parâmetros de ajuste do controlador. Isso se faz necessário à medida que a idéia é utilizar o controlador fuzzy para gerar um valor entre 0% e 100% referente à abertura da válvula. Assim este valor multiplicado por um fator de correção, fornece o valor do  $R_e$  relativo resistência ao escoamento do ar pela válvula. Note que como mencionado anteriormente, a vantagem da utilização da lógica fuzzy é que fatores não-lineares como a compressibilidade, blocagem, etc., são compensados pela realimentação da informação de controle em malha fechada.

A partir deste modelo pode ser verificado que para deslocamentos negativos, ou seja, compressão da mola, uma rigidez menor, que é obtida com a válvula aberta, produz menor deslocamento da massa transportada. Já para deslocamentos positivos, é desejável uma rigidez maior, obtida com a válvula fechada. As figuras abaixo demonstram estas propriedades.

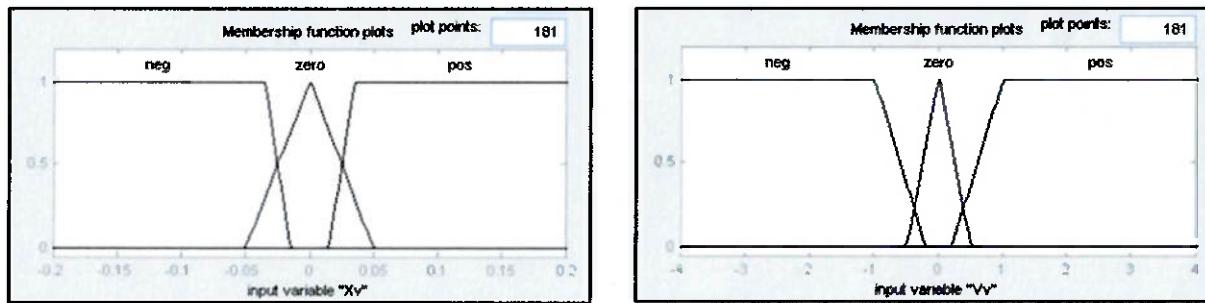


**Fig. 35 – Resultado das simulações de Um Quarto do Veículo entrada tipo lombada e com duas condições de abertura da válvula.**



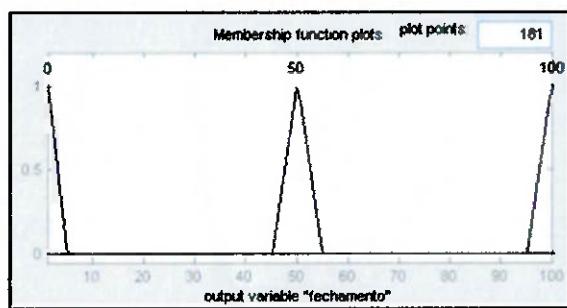
**Fig. 36 – Resultado das simulações de Um Quarto do Veículo entrada tipo buraco e com duas condições de abertura da válvula.**

Os sinais de entrada para o controlador são o deslocamento vertical do veículo ( $x_v$ ) e a velocidade de deslocamento vertical do veículo ( $v_v$ ). Para cada entrada foi desenvolvida uma função de pertinência (membership function), baseada nos possíveis valores que as variáveis poderiam assumir.



**Fig. 37 – Funções de pertinência de entrada.**

Foram desenvolvidos dois modelos de controlador fuzzy: um com três valores de saída, 0%, 50% e 100% de abertura da válvula; e outro com cinco valores de saída, correspondendo a 0%, 25%, 50%, 75% e 100% de abertura da válvula. A simulação dos dois modelos demonstrou que o ganho com o modelo de cinco saídas é muito reduzido com relação ao modelo de três saídas, portanto será adotado o primeiro modelo para desenvolvimento deste trabalho.

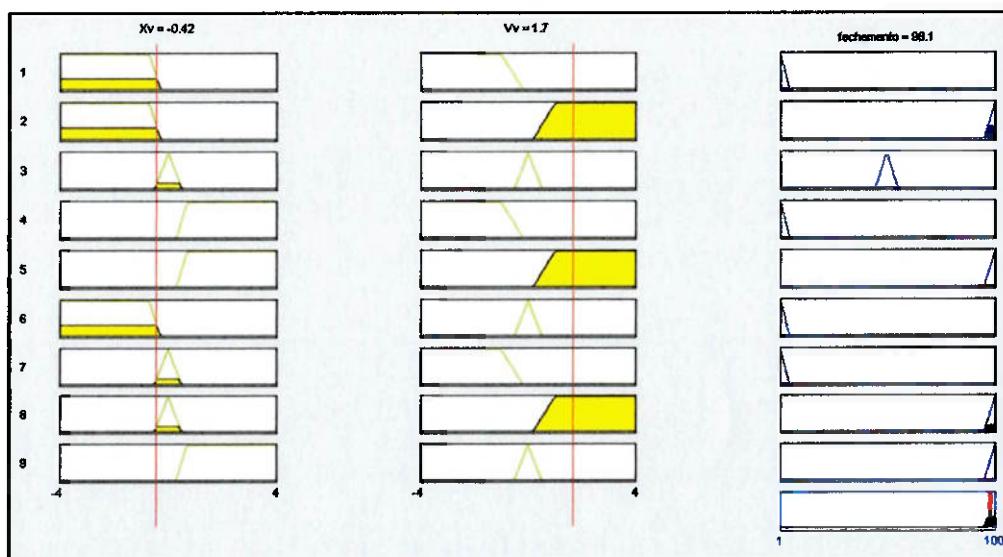


**Fig. 38 – Função de pertinência da saída.**

### 11.1. Regras

O conjunto de regras para o controlador fuzzy que determinou o melhor comportamento foi:

1. SE  $x_v = \text{neg}$  E  $v_v = \text{neg}$  → ENTÃO  $R_e = 0\%$
2. SE  $x_v = \text{neg}$  E  $v_v = \text{zero}$  → ENTÃO  $R_e = 50\%$
3. SE  $x_v = \text{neg}$  E  $v_v = \text{pos}$  → ENTÃO  $R_e = 100\%$
4. SE  $x_v = \text{zero}$  E  $v_v = \text{neg}$  → ENTÃO  $R_e = 0\%$
5. SE  $x_v = \text{zero}$  E  $v_v = \text{zero}$  → ENTÃO  $R_e = 50\%$
6. SE  $x_v = \text{zero}$  E  $v_v = \text{pos}$  → ENTÃO  $R_e = 100\%$
7. SE  $x_v = \text{pos}$  E  $v_v = \text{neg}$  → ENTÃO  $R_e = 50\%$
8. SE  $x_v = \text{pos}$  E  $v_v = \text{zero}$  → ENTÃO  $R_e = 100\%$
9. SE  $x_v = \text{pos}$  E  $v_v = \text{pos}$  → ENTÃO  $R_e = 100\%$



**Fig. 39 – Diagrama de Regras (fuzzyfication & defuzzyfication).**

## 12. SIMULAÇÃO

### 12.1. Dados Utilizados

Os dos dados utilizados para a simulação, com exceção dos parâmetros do pneu (rigidez e amortecimento) foi obtida junto a DaimlerChrysler, e se referem a um veículo 4x2, abordado neste trabalho.

- Massa total do veículo →  $M_v$

O peso do veículo vazio é de 7.380 kg, portanto a carga sobre a quinta roda é de 8.692 kg, assim o valor da massa total do veículo é 16.000 kg, que é o limite legal para este veículo.

- Massa suspensa →  $m_d$  e  $m_t$

As massa suspensa no eixo dianteiro,  $m_d$ , é de 600 kg, este valor inclui o peso do eixo, dos pneus, sistema de freio. A massa suspensa do eixo traseiro,  $m_t$ , é 1500 kg, inclui o peso do eixo traseiro (carcaça, diferencial, sistemas de transmissão de torque, fluido de lubrificação), pneus, sistema de freio.

- Momento de inércia →  $J_v$

O momento de inércia com relação a um eixo transversal ao veículo, passando pelo seu centro de gravidade é de  $14.695 \text{ kg.m}^2$ .

- Centro de gravidade →  $\mathbf{CG}$

Para determinar o Centro de Gravidade do veículo carregado, sabendo que o entre-eixos do veículo é igual 3,6 m, determina-se a resultante dos Momentos de força com relação ao eixo dianteiro sejam nulos:

$$\sum \vec{M}_A = 0 = 160.000 \cdot a - 100.000 \cdot 3,6 \rightarrow a = 2,25 \text{ m}$$

E como  $a + b = 3,6 \rightarrow b = 1,35 \text{ m}$

- Rigidez dos pneus →  $k_d$  e  $k_t$

Será utilizado o valor da rigidez dos pneus,  $k$ , igual a 1.030 kN/m [22]. Portanto, como no eixo dianteiro utilizam-se dois pneus,  $k_d = 2.k$ , e no eixo traseiro quatro pneus,  $k_t = 4.k$ . Note que este valor também corresponde à Fig.12.

- Rigidez das molas →  $K_d$  e  $K_t$

A rigidez da mola dianteira é 208,333 kN/m, portanto como há duas molas no eixo dianteiro,  $K_d$  é igual a duas vezes este valor.

Para o primeiro modelo do veículo apresentado, utilizando suspensão metálica, com feixes de mola, a rigidez da mola traseira é 324,675 kN/m, portanto como há duas molas no eixo traseiro,  $K_t$  é igual a duas vezes este valor. Já para o veículo com suspensão pneumática a rigidez  $K_t$  é dada pela expressão (32).

- Coeficiente de amortecimento dos pneus →  $c_d$  e  $c_t$

O valor do coeficiente de amortecimento dos pneus,  $c$ , adotado é de 5 kNs/m [22].

Portanto  $c_d = 2.c$  e  $c_t = 4.c$ .

- Coeficiente de amortecimento dos amortecedores →  $C_d$  e  $C_t$

O valor do coeficiente de amortecimento dos amortecedores dianteiros é 12,5 kNs/m, portanto  $C_d$  é duas vezes este valor. Já o coeficiente de amortecimento do amortecedor traseiro é igual a 4,8 kNs/m, portanto  $C_t$  é igual a duas vezes este valor.

- Volume do Reservatório Auxiliar →  $\nabla$ ,

Foi considerado um reservatório rígido comum, utilizado em veículos de carga, com volume interno de 15m<sup>3</sup>. Sendo que um reservatório para cada lado da suspensão traseira, ou seja, como se tem quatro bolsas, cada reservatório atende duas bolsas.

## 12.2. Implementação

Inicialmente foi desenvolvido o sistema do veículo dotado de suspensão metálica por feixes de molas utilizando o Scilab, por meio de rotina simulada por integração, porém a simulação do sistema utilizando a suspensão pneumática seria simplificada utilizando a lógica de diagramas de blocos, assim optou-se por apresentar

os resultados obtidos na simulação dos três sistemas (suspensão metálica, pneumática e pneumática semi-ativa) em linguagem de diagrama de blocos, comparando simultaneamente o comportamento das três. Optou-se então, pela utilização da ferramenta Simulink do software Matlab.

O três sistemas modelados na linguagem de diagramas de blocos são apresentados na Fig. 40 a seguir.

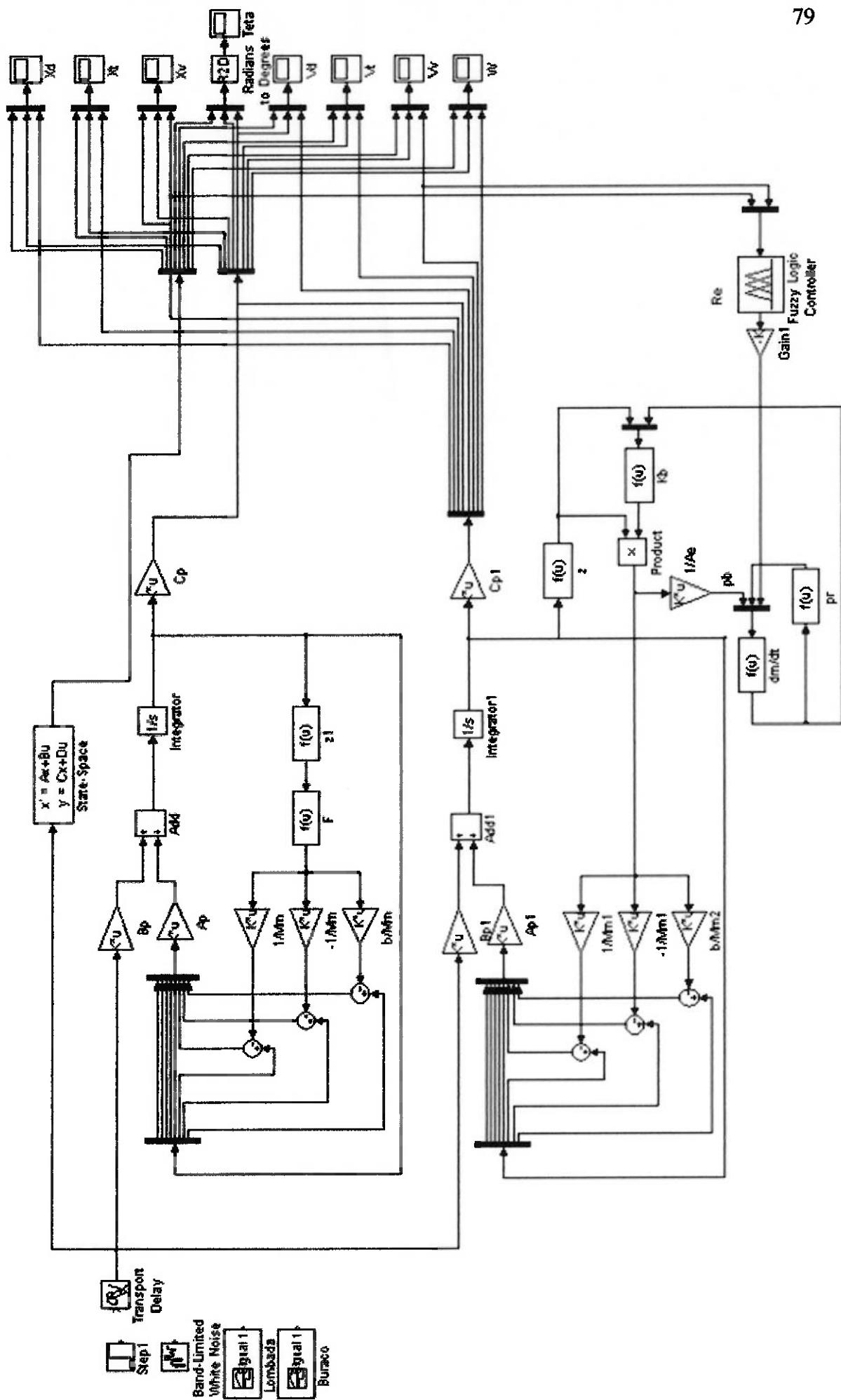


Fig. 40 – Diagrama de Blocos utilizado para simulação dos três modelos.

Com o objetivo de avaliar as características dinâmicas do veículo, serão apresentados os resultados do:

- Deslocamento ( $x_d$ ) e Velocidade ( $v_d$ ) do eixo Dianteiro;
- Deslocamento ( $x_t$ ) e Velocidade ( $v_t$ ) do eixo Traseiro;
- Deslocamento ( $x_v$ ) e Velocidade ( $v_v$ ) do Veículo (Massa suspensa);
- Deslocamento angular ( $\theta$ ) e Velocidade angular ( $\omega$ ) do Veículo;
- Sinal de Saída do Controlador Fuzzy.

Serão apresentados os resultados destas simulações para o veículo se locomovendo a 40 km/h (11,11 m/s).

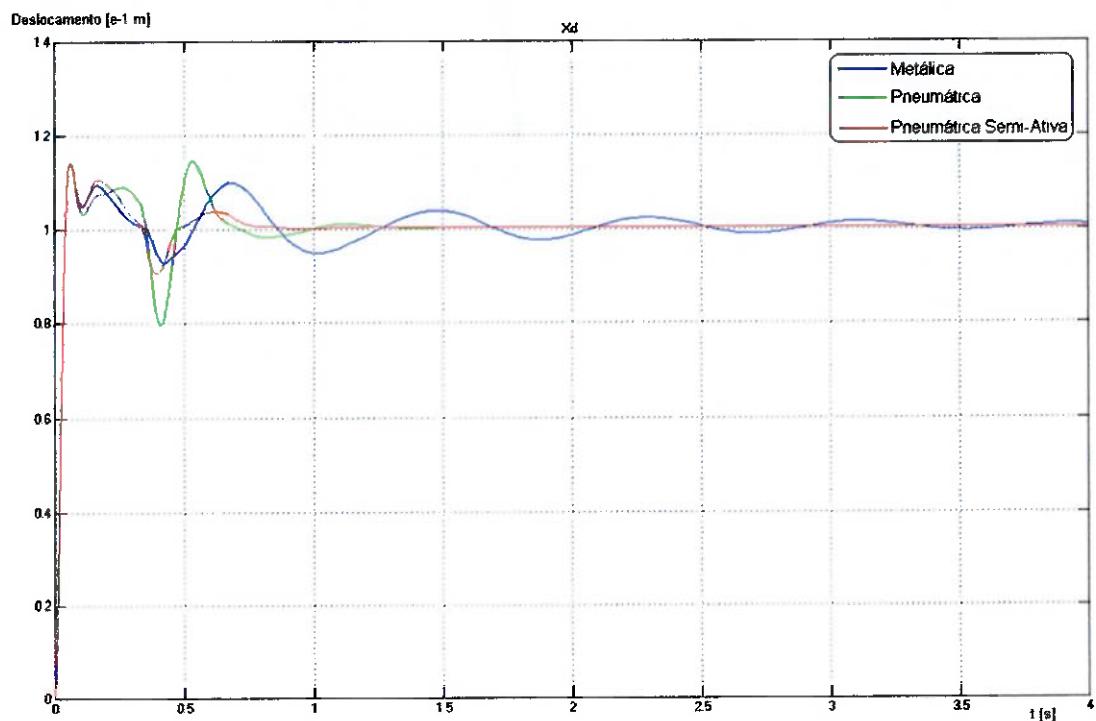
Serão apresentadas as simulações referentes a o sinal de entrada do tipo degrau unitário e para o sinal de entrada randômico.

Após os gráficos, são apresentados comentários relevantes ao resultado obtido da simulação.

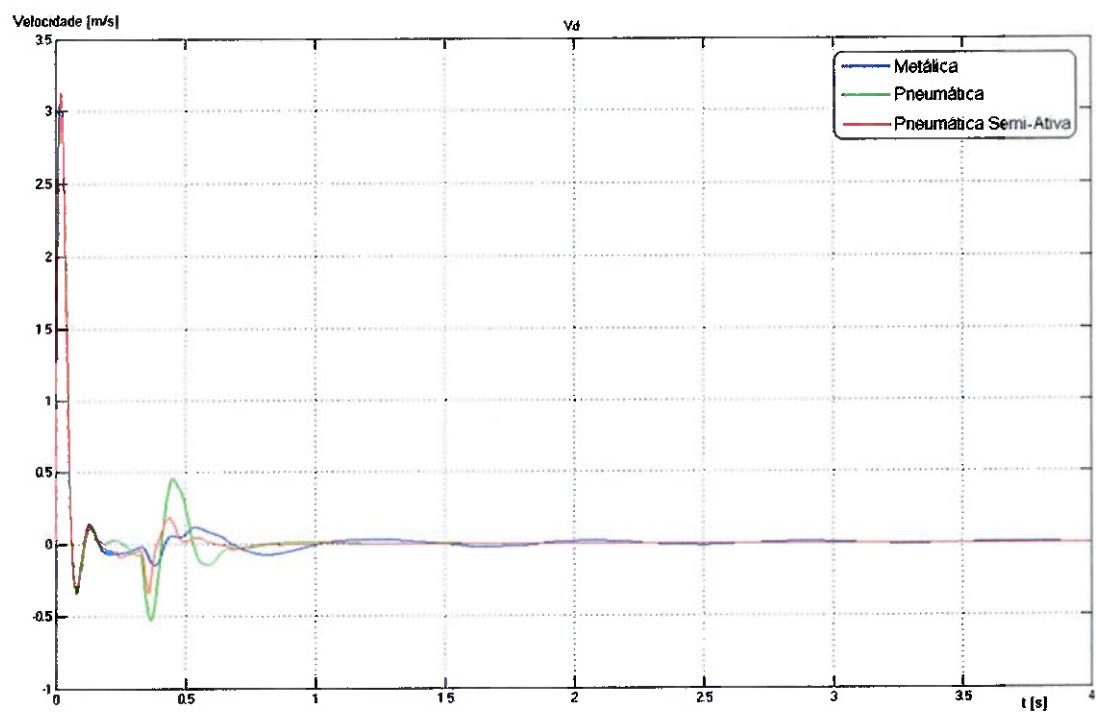
## 12.3. Resultados

### 12.3.1. Eixo Dianteiro

#### Deslocamento do eixo Dianteiro ( $x_d$ )



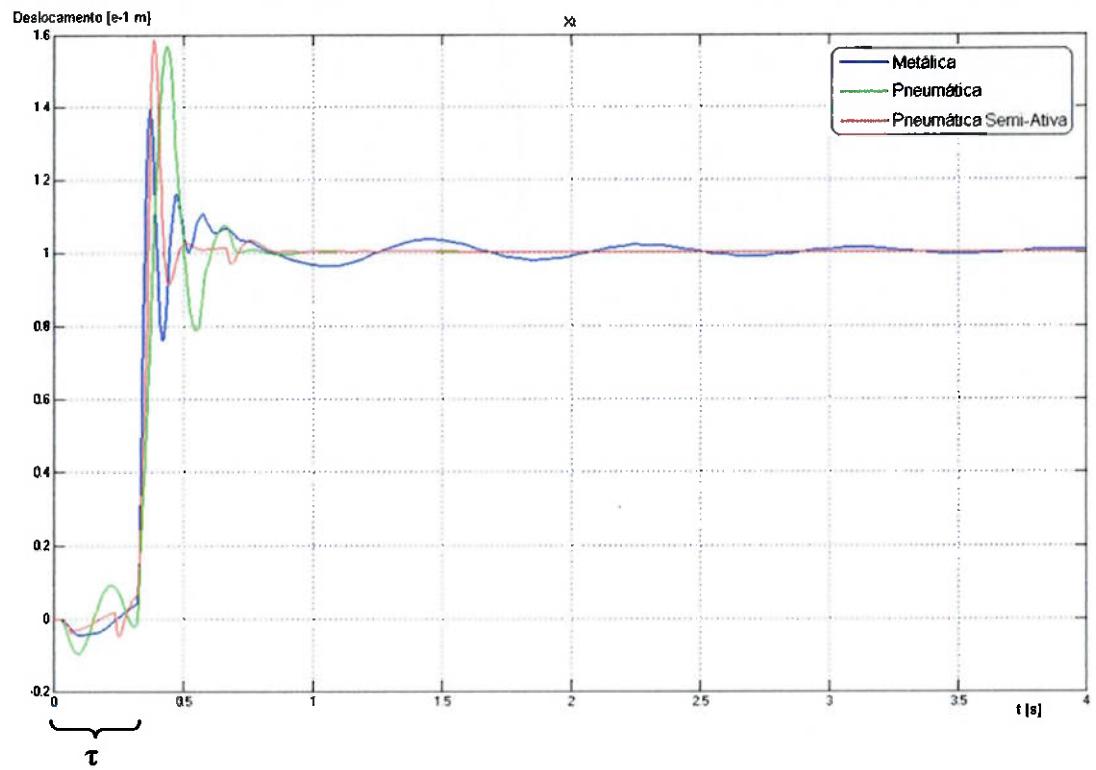
#### Velocidade do eixo Dianteiro ( $v_d$ )



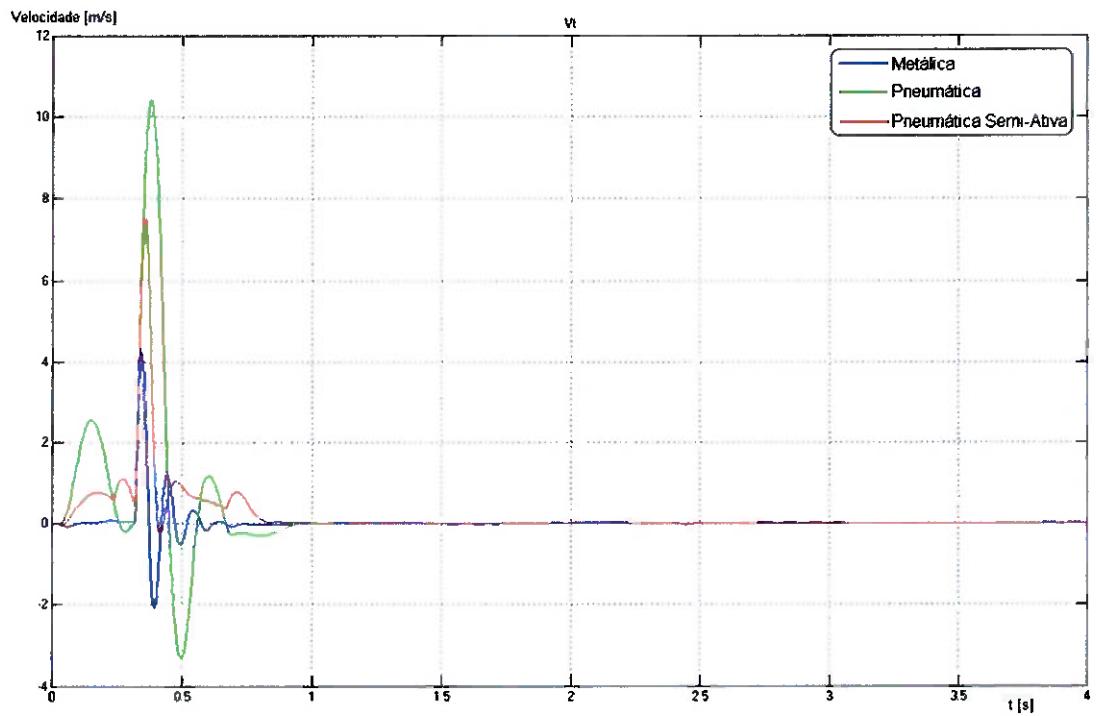
Embora os três modelos utilizem o mesmo tipo de suspensão dianteira (feixe de molas), observa-se que o deslocamento do eixo dianteiro apresenta um deslocamento maior no veículo com suspensão traseira pneumática, sendo este efeito minimizado na suspensão pneumática semi-ativa. É interessante notar como a dinâmica do eixo traseiro influencia no eixo dianteiro.

### 12.3.2. Eixo Traseiro

#### Deslocamento do eixo Traseiro ( $x_t$ )



#### Velocidade do eixo Traseiro ( $v_t$ )



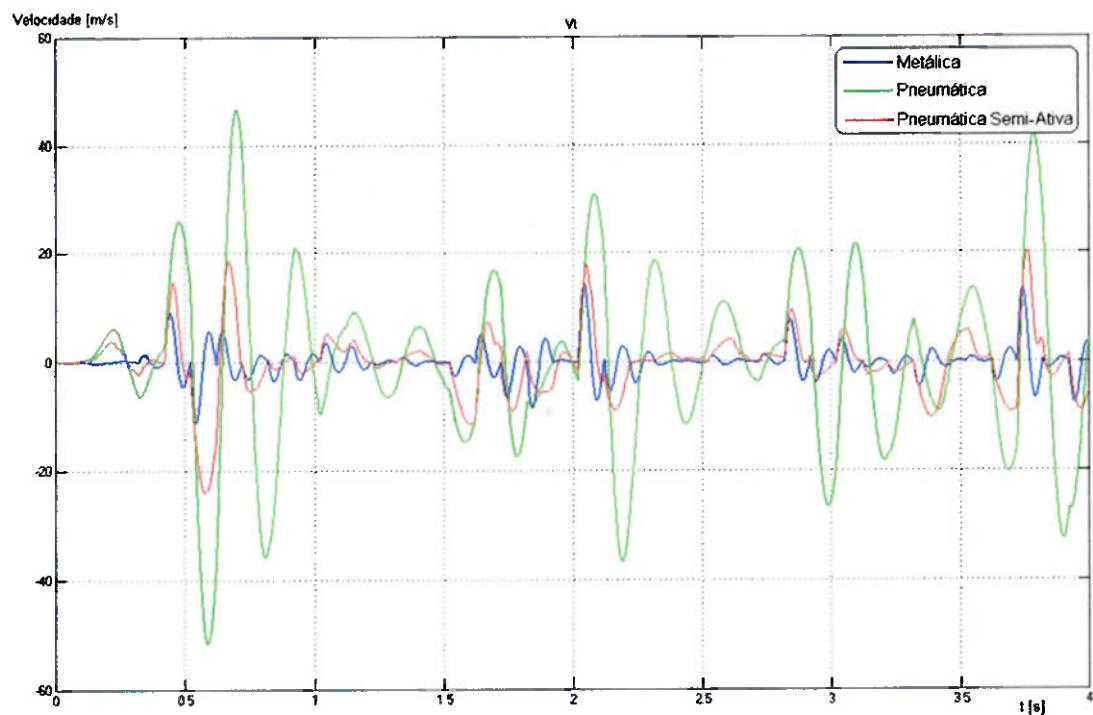
O período destacado ( $\tau$ ) nos gráficos representa o tempo decorrido para o veículo percorrer o entre-eixos. Como o entre-eixos do veículo em estudo é 3,6 metros e a velocidade considerada na simulação é de 40 km/h (11,11 m/s),

$$\tau = \frac{ee}{V} = \frac{3,6}{11,11} \rightarrow \tau = 0,324 \text{ s} \quad (55)$$

Nota-se nos gráficos que mesmo antes de passar pela entrada degrau, o eixo traseiro é deslocado para baixo, devido à passagem do eixo dianteiro pelo degrau.

Deve ser destacado que o deslocamento inicial e a magnitude de oscilação do eixo traseiro do veículo utilizando a suspensão pneumática são bem superiores as do modelo metálico. Este efeito é minimizado com o sistema pneumático semi-ativo.

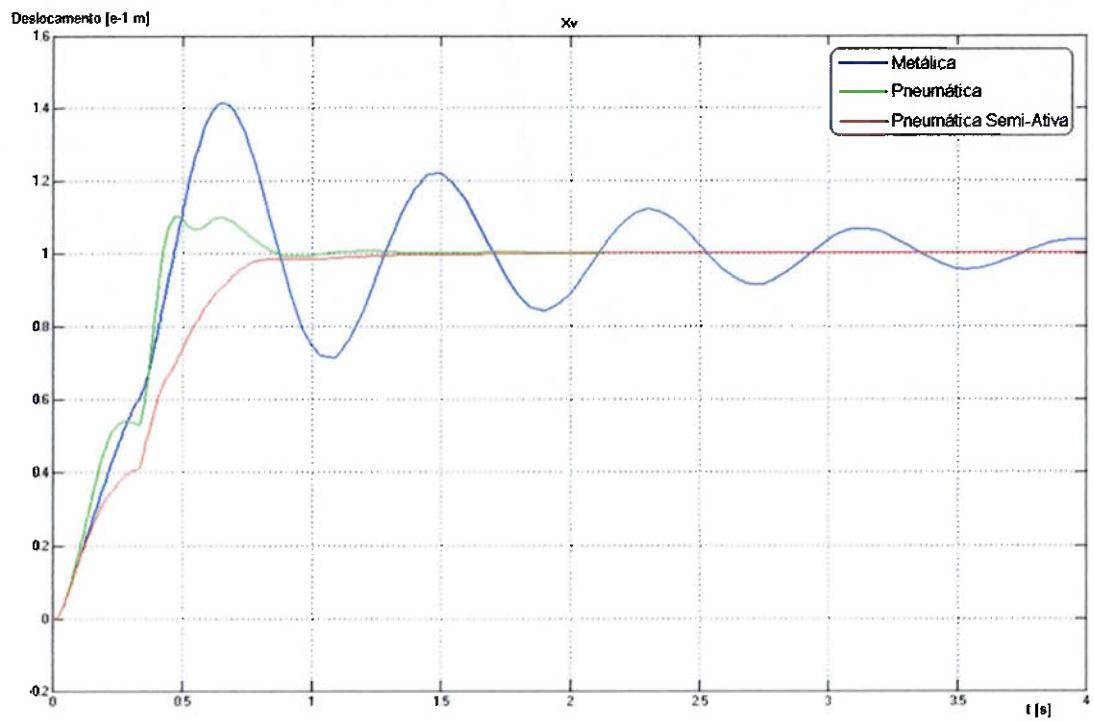
### **Velocidade do eixo Traseiro ( $v_t$ ) – sinal randômico**



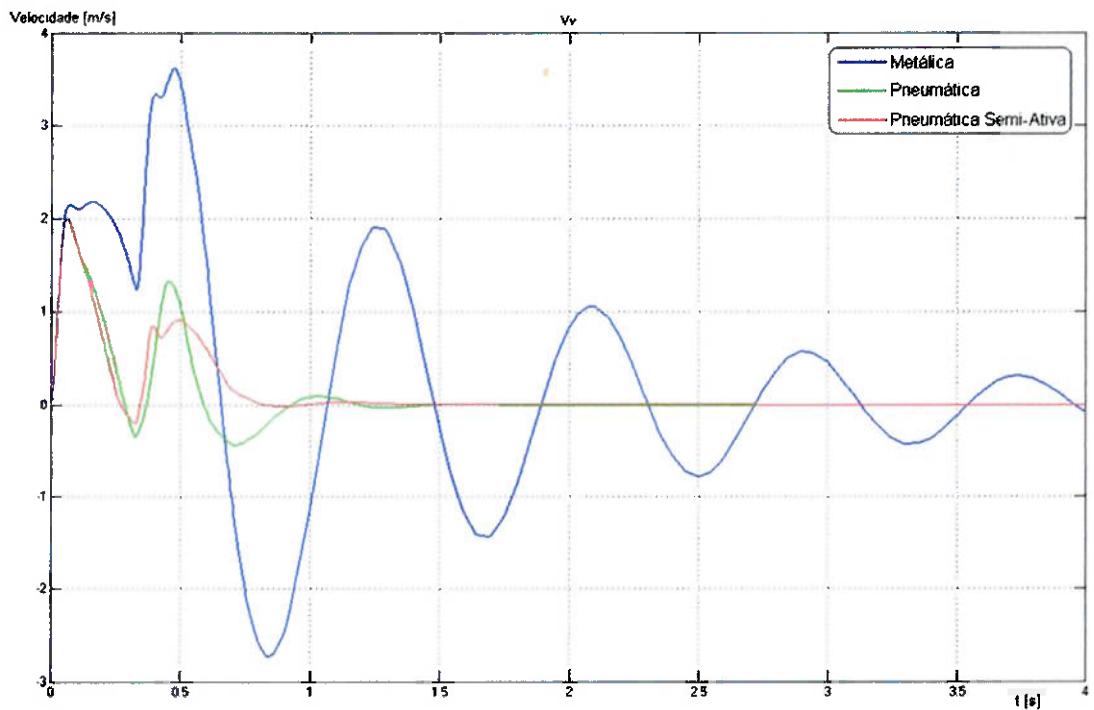
Pode ser observado pelo gráfico acima o ganho significativo com o sistema semi-ativo na oscilação do eixo traseiro com relação ao sistema pneumático convencional.

### 12.3.3. Veículo – Movimento Vertical

#### Deslocamento do Veículo ( $x_v$ )



#### Velocidade do Veículo ( $v_v$ )

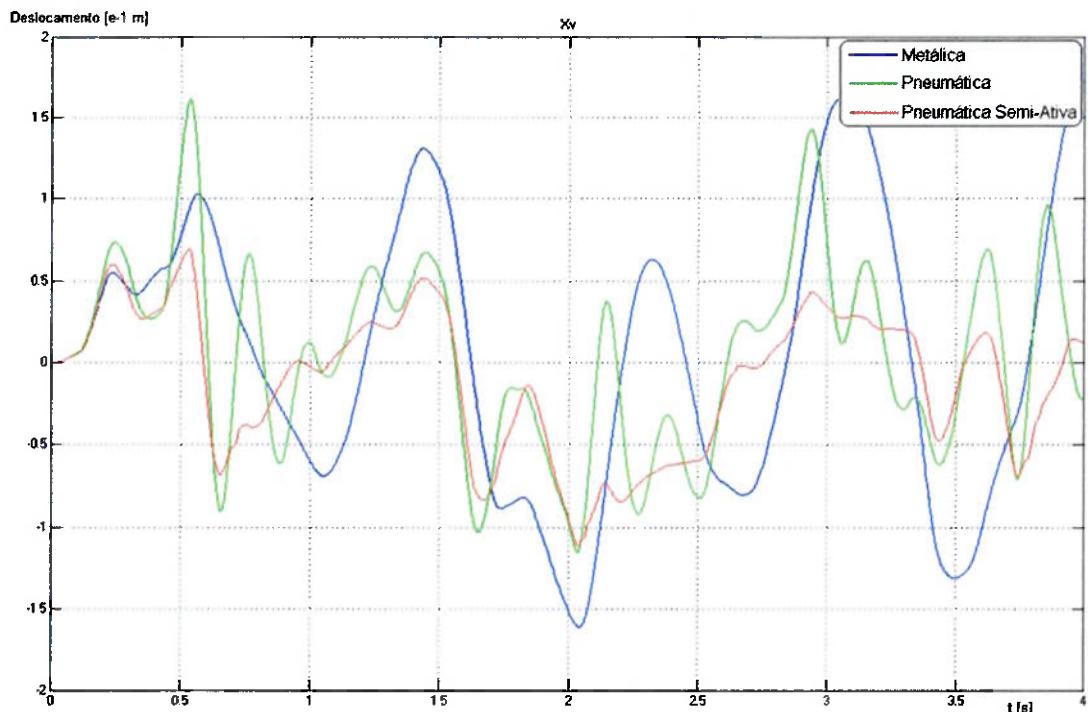


Finalmente, pode ser verificada a vantagem da utilização da suspensão pneumática em relação à metálica. Observa-se pelos gráficos que o comportamento do veículo é significativamente melhorado com o modelo pneumático. O veículo apresenta um deslocamento inicial menor e com pouca oscilação. O ganho é mais significativo ainda, com o sistema pneumático semi-ativo, onde o veículo praticamente não apresenta *overshoot* no deslocamento para um degrau unitário.

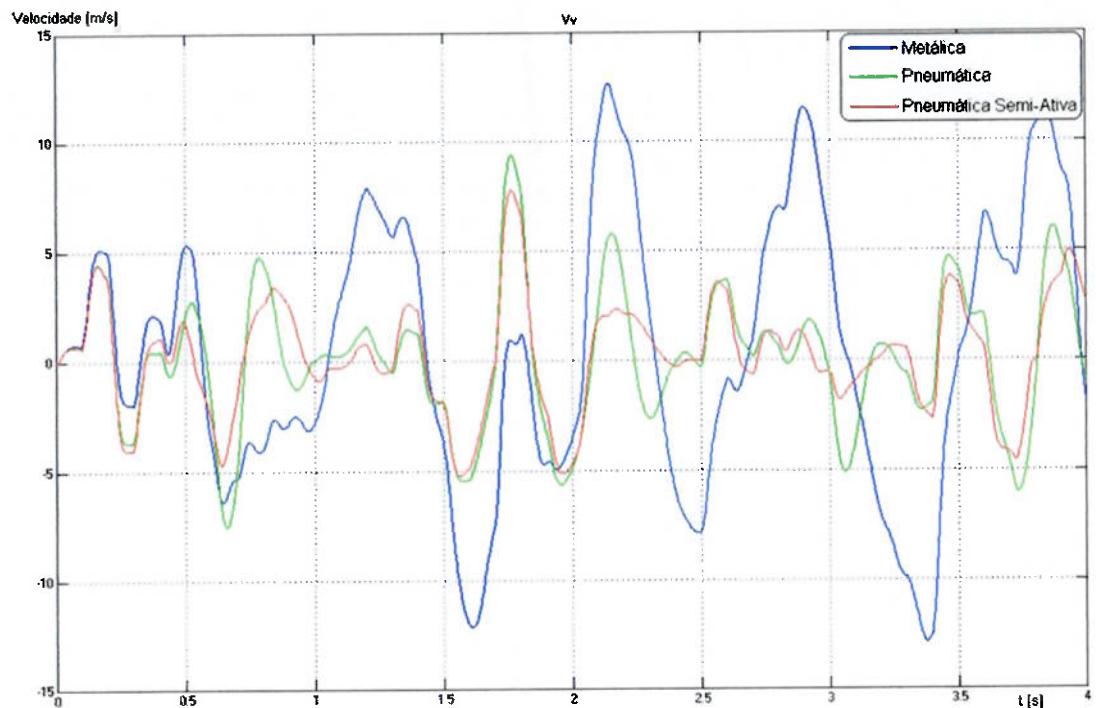
Pode-se observar pelos gráficos, como a rigidez relativamente mais elevada da suspensão metálica utilizada em veículos de carga propicia uma oscilação prolongada ao veículo.

Ao trafegar em veículos deste tipo, dependendo do tipo de pavimento, pode-se sentir claramente estas variações na velocidade vertical do veículo.

### Deslocamento do Veículo ( $x_v$ ) – Sinal Randômico



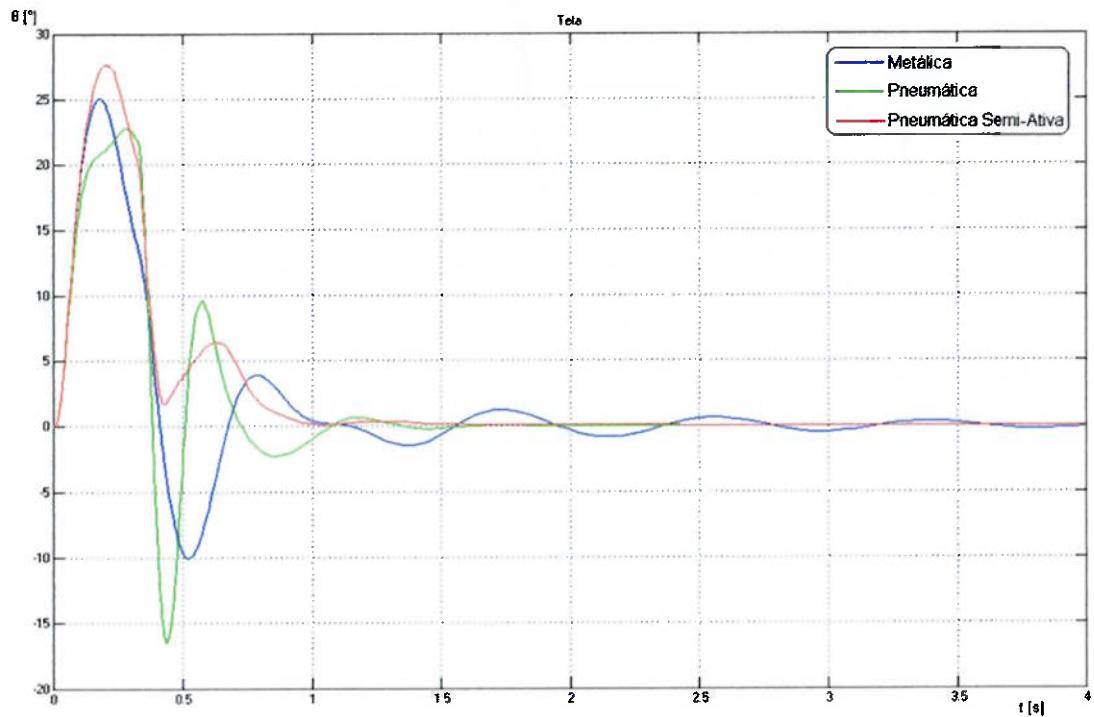
### Velocidade do Veículo ( $v_v$ ) – Sinal Randômico



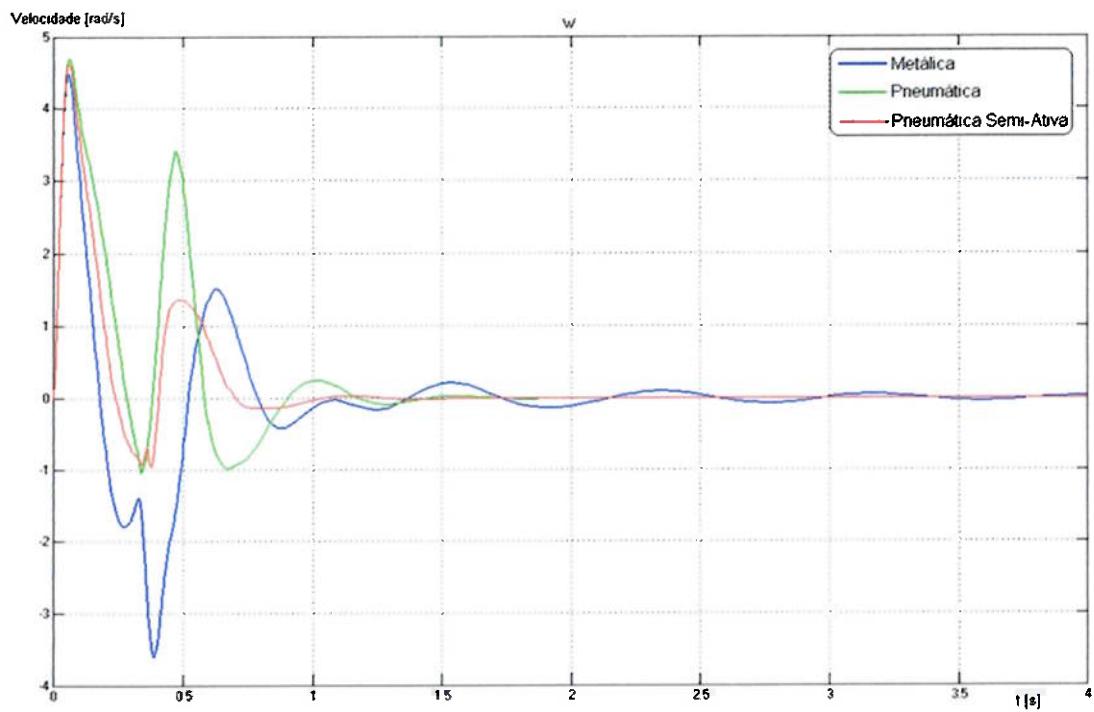
Para as excitações randômicas, novamente os sistemas pneumáticos propiciam um comportamento dinâmico superior, isolando melhor o veículo da oscilação do pavimento. Este ganho é ainda mais significativo com o sistema semi-ativo.

### 12.3.4. Veículo – Movimento Angular

#### Deslocamento angular do Veículo ( $\theta$ )

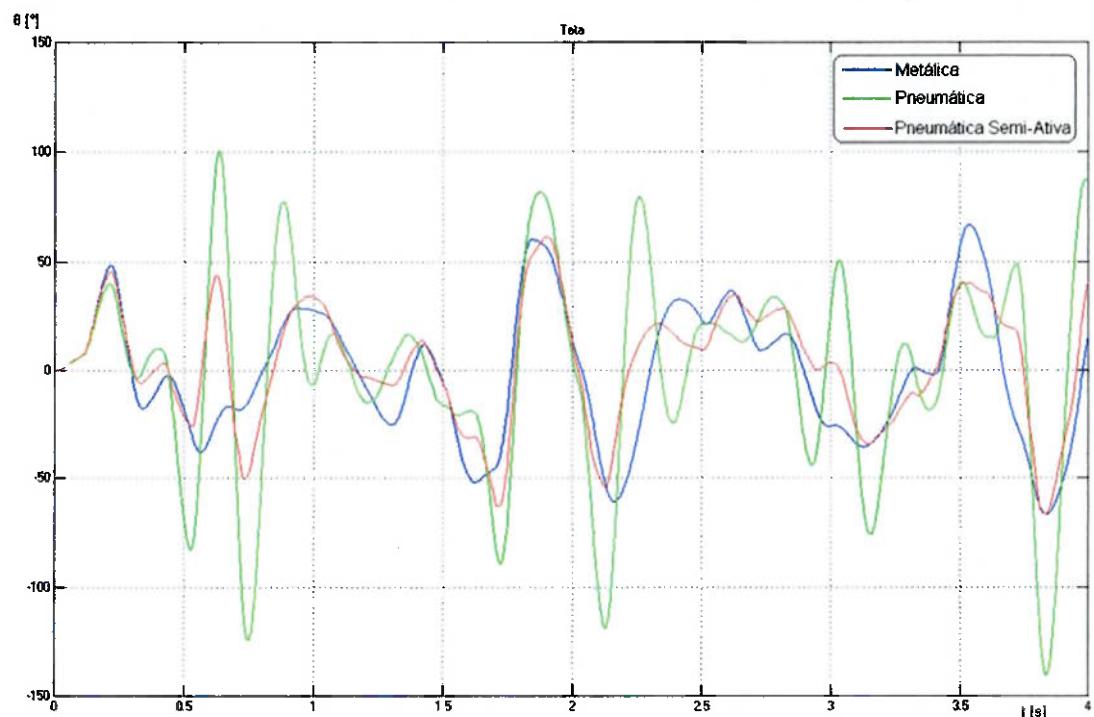


#### Velocidade angular do Veículo ( $\omega$ )

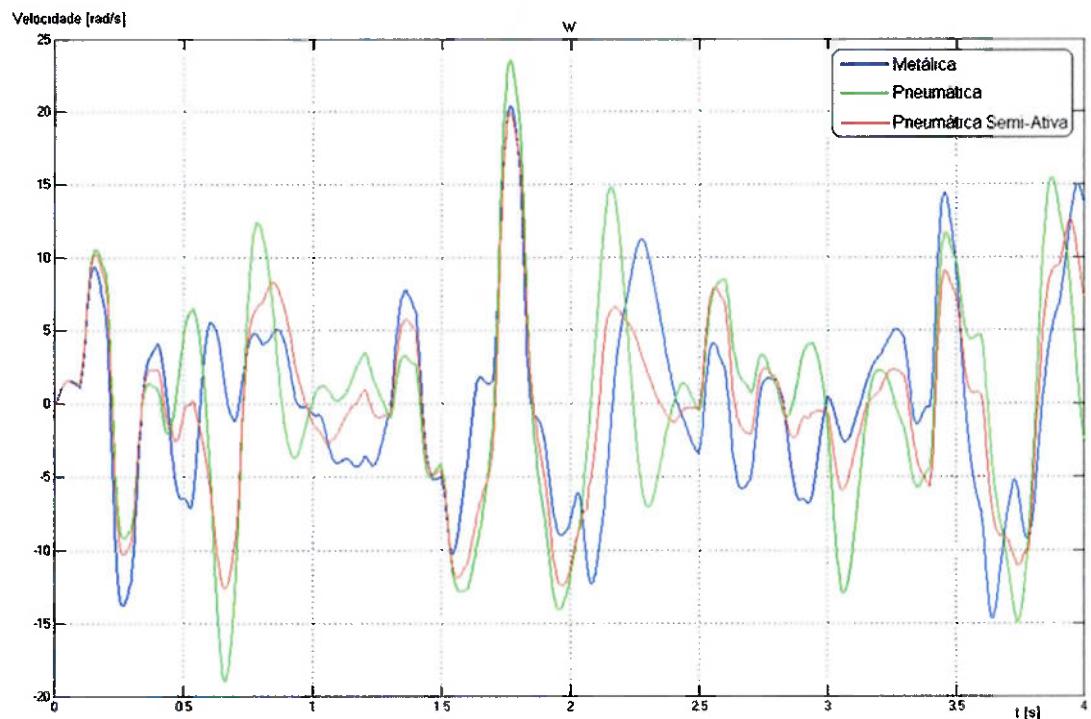


Nota-se que o deslocamento e a velocidade angular são maiores com a suspensão pneumática. Porém tendem a entrar em equilíbrio em menos tempo. Já a pneumática semi-ativa apresenta um comportamento superior com relação aos outros dois modelos.

### Deslocamento angular do Veículo ( $\theta$ ) – Sinal Randômico



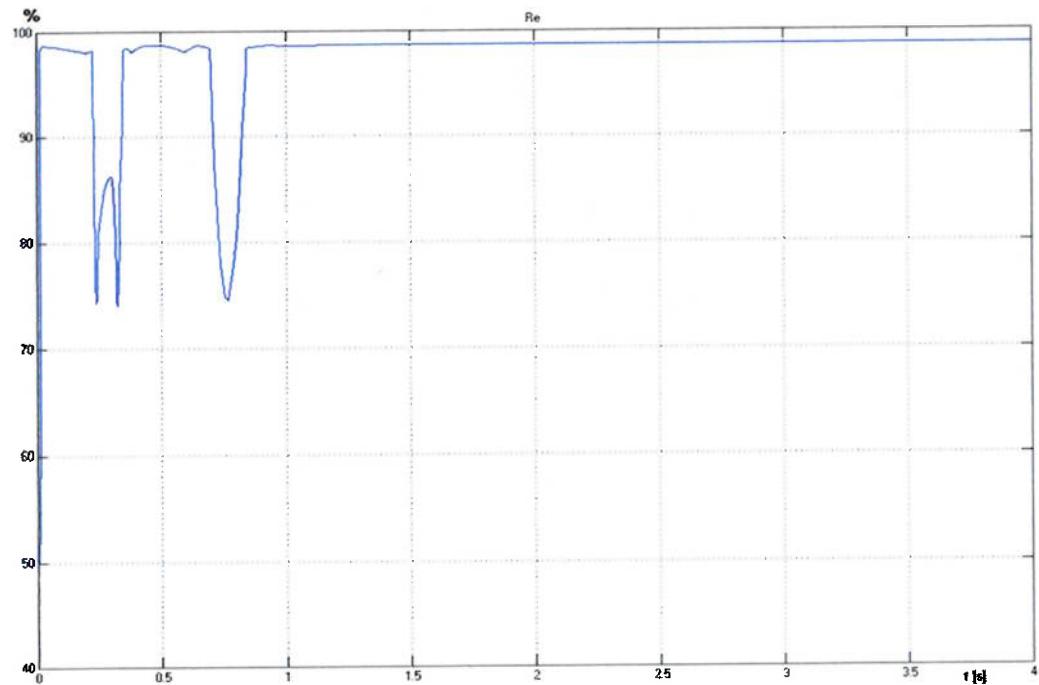
### Velocidade angular do Veículo ( $\omega$ ) – Sinal Randômico



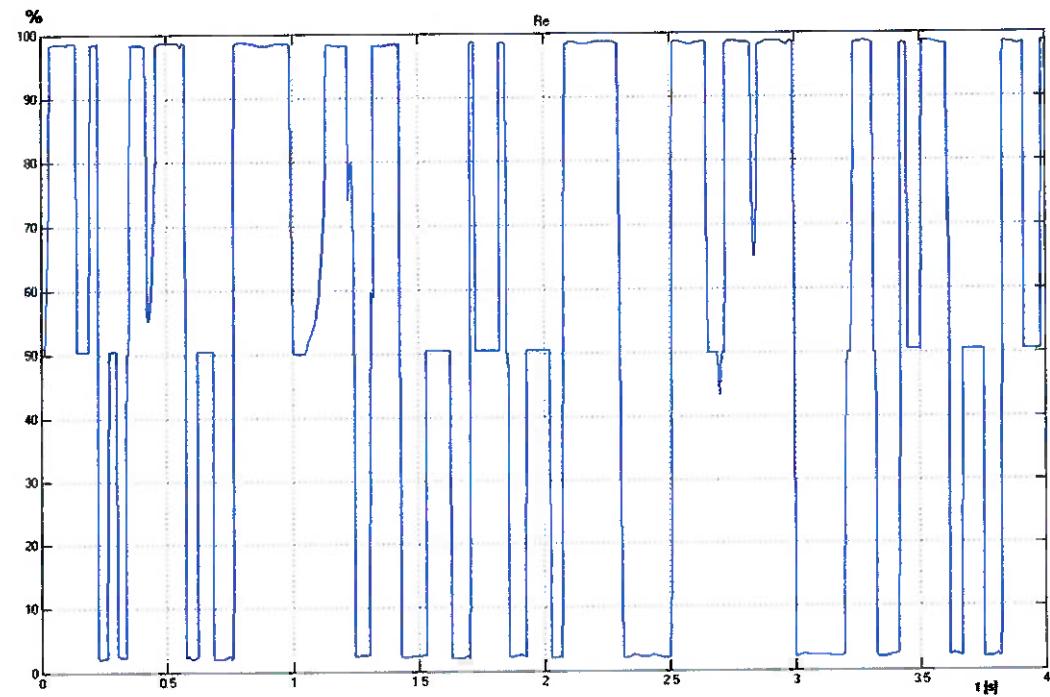
Novamente pode ser verificado que o sistema semi-ativo determina um melhor comportamento, neste caso com relação ao pitch.

### 12.3.5. Sinal de Saída do Controlador Fuzzy

#### Sinal de Saída do Controlador Fuzzy – Degrau Unitário



#### Sinal de Saída do Controlador Fuzzy – Sinal Randômico



### 13. CONCLUSÕES

Um problema significativo em veículos de carga é a variação de parâmetros, como seu peso, por exemplo, que pode variar significativamente dependendo da condição de operação do mesmo (carga transportada). Uma das vantagens da utilização de molas pneumáticas para este tipo de aplicação é que elas permitem obter uma rigidez variável, controlada pela pressão interna da bolsa. Ou seja, aumentando a carga estática do veículo, deve-se aumentar a pressão interna da bolsa para manter o veículo em uma altura constante, o que promove o aumento da rigidez da mola, assim minimiza-se a variação da freqüência natural do sistema com a variação da carga suspensa. Também em consequência deste fato, as molas pneumáticas apresentam um comportamento dinâmico bastante dependente das condições estáticas de carregamento (também chamado pré-carga).

Através do paralelo com a equação de Duffing, conclui-se que a mola pneumática apresenta um comportamento de mola macia, pois  $k' < 0$ . Estando sujeita aos fenômenos não-lineares descritos para este sistema.

Uma conclusão bastante importante é que embora a oscilação e os esforços transmitidos ao veículo utilizando a suspensão traseira pneumática passiva sejam menores, a magnitude da oscilação do eixo traseiro com este tipo de suspensão é superior à oscilação do modelo utilizando a suspensão metálica. Ou seja, embora o veículo com suspensão pneumática passiva apresente um comportamento dinâmico superior ao modelo metálico, o eixo traseiro nestes veículos “trabalha” mais do que o correspondente modelo com suspensão metálica. Este fato pode ser muito importante para o projeto de veículos com suspensão pneumática, montados a partir da estrutura de veículos com suspensão metálica, pois embora a carga de solicitação do eixo seja menor, pois a excitação da carga suspensa é reduzida, o eixo passa a oscilar com uma freqüência maior. Caso o eixo apresente limites de projeto ou problemas quanto ao critério de falha por fadiga, este eixo pode vir a falhar mais rapidamente se for utilizado com uma suspensão pneumática. Este fato também determina que o sistema de amortecimento de um veículo com suspensão pneumática também deve ser dimensionado para uma solicitação dinâmica superior, comparada com a solicitação do sistema de amortecimento de um veículo com suspensão metálica. E a conclusão

mais importante referente a este aspecto é que o sistema semi-ativo proposto neste trabalho, além de apresentar comportamento dinâmico superior aos modelos passivos, minimizou também os efeitos de oscilação do eixo traseiro, que eram piores no modelo pneumático passivo do que no modelo metálico.

Com relação aos esforços transmitidos ao pavimento, o que pode ser concluído, é que embora a oscilação do eixo seja maior com o sistema pneumático passivo, a força que é transmitida ao pavimento é menor, pois como já explicitado, a excitação da carga transportada (peso do veículo) é menor. Este resultado está de acordo com as conclusões a respeito da diminuição do desgaste do pavimento com a utilização de suspensões pneumáticas em veículos de carga, que é afirmada por vários estudos a este respeito. Este fato pode ser também evidenciado pela Fig. 31 onde se verifica que variação da energia potencial na mola pneumática, para uma mesma excitação, é superior que a energia armazenada pela mola metálica, o que permite que a energia de uma solicitação de entrada (solicitação do pavimento ou da dinâmica do veículo) seja melhor dissipada pelo sistema de amortecimento da suspensão. Deste modo, é esperado que o modelo semi-ativo proposto proporcione transmissão de esforços ainda menor ao pavimento, uma vez que além do comportamento dinâmico superior do veículo, também minimizou as oscilações do eixo traseiro.

O controle realizado por meio da lógica fuzzy apresenta vantagens bastante significativas para se trabalhar com sistemas não-lineares, em particular, para este trabalho, parâmetros que são difíceis de serem equacionados, como os fenômenos de superfície, o atrito do fluido com as paredes do duto, os efeitos de camada limite, efeitos térmicos, etc., podem ser agrupados dentro da variável de controle  $R_e$ , que embora esteja relacionada apenas à abertura da válvula, terão reflexo nas decisões de controle por meio da observação de parâmetros macroscópicos, como por exemplo, deslocamento e velocidade verticais do veículo.

## 14. PASSOS FUTUROS

O objetivo deste Trabalho era avaliar um conceito de suspensão inteligente, frente aos modelos passivos atualmente utilizados. Este Estudo foi concluído satisfatoriamente, permitindo avaliações qualitativas e quantitativas a respeito dos modelos estudados. Não pertencia ao escopo inicial deste Estudo uma avaliação quantitativa, porém seria interessante para a continuação deste trabalho apresentar os resultados quantitativos das propriedades dos modelos. Sendo que esta análise é bastante simplificada com os modelos já desenvolvidos, e foi omitida neste relatório em favor de um Trabalho de mais fácil leitura.

O próximo e essencial passo para o desenvolvimento do sistema proposto é a avaliação empírica do modelo. Este Estudo vai ao encontro de um dos objetivos iniciais deste Trabalho de Conclusão de Curso: servir como “matéria prima” para um projeto de Pós-graduação. Para a evolução deste projeto, deverá ser montado aparato experimental ou protótipos, para verificar o comportamento real do sistema e “afinar” os parâmetros utilizados para o desenvolvimento do sistema proposto neste Estudo.

## LISTA DE REFERÊNCIAS

1. BRASIL. Ministério dos Transportes. **Geipot 2001.** Brasília. 2001
2. BRASIL. Confederação Nacional dos Transportes. **Pesquisa Rodoviária 2004.** São Paulo 2004.
3. BRASÍLIA Ministério das Relações Exteriores. Economia e Comércio Exterior. **Custo Brasil.** Brasília. Disponível em:  
[http://www.mre.gov.br/cdbrasil/itamaraty/web/port/economia/comext/custo  
br/index.htm](http://www.mre.gov.br/cdbrasil/itamaraty/web/port/economia/comext/custo_br/index.htm). Acesso em: 23 mar. 2004.
4. KITCHING, K.J.; COLE, D.J.; CEBON, D. Use of Controllable Suspensions to Minimize Road Damage. **J. Automobile Engineering Proc. I.Mech.E.** Cambridge. jun. 1998.
5. OECD. **Dynamic Interaction between Vehicles and Infrastructure Experiment (DIVINE).** Paris, França. 1998.
6. KITCHING, K.J. COLE, D.J. CEBON, D. **Use Of Controllable Suspensions To Minimise Road Damage.** Cambridge, Inglaterra. 1998.
7. YONGHONG CHENA, C.A. TAN, L. A. BERGMAN, T. C. TSAO. **Smart Suspension Systems for Bridge-Friendly Vehicles.** Institute of Nonlinear Dynamics, China.
8. STEVEN, B. D., DE PONT J. J., PIDWERBESKY B. D. **Accelerated Dynamic Loading Of Flexible Pavements at Captif.** Canterbury, Nova Zelândia, 1994.

9. STEVEN, B. D. & DE PONT J. J. **Suspension Dynamics and Pavement Wear.** University of Canterbury, Nova Zelândia. 1995.
10. European Co-operation in the Field of Scientific and Technical Research. **Effects of Wide Single Tyres and Dual Tyres – Final Report.** Luxemburgo. 1999.
11. COLE, D.J. & CEBON, D. **Truck Tires, Suspension Design And Road Damage.** Cambridge University, Inglaterra.
12. MIÈGE, A. J. P.; CEBON, D. **Active roll control of an experimental articulated vehicle.** In Proceedings of 6th International Symposiumon Advanced Vehicle Control. Hiroshima, Japan. 2002.
13. Cambridge Vehicle Dynamics Consortium. **Annual Report.** Cambridge University, Inglaterra. 2001.
14. QUAGLIA, G. and GUALA, A. **Evaluation And Validation Of An Air Spring Analytical Model.** Department of Mechanics, Politecnico di Torino, Italy. 2003.
15. PRESTHUS, M. **Derivation of Air Spring Model Parameters for Train Simulation.** Master's Thesis at Lulea University Of Technology. Sweden. 2002.
16. MONTEIRO, A. F.; PEREIRA, M. G. D. **Proposta de critério para seleção de suspensões utilizadas em veículos semi-reboque tanque.** 2002. 98p. Trabalho de Conclusão de Curso – Escola Politécnica de Universidade de São Paulo. 2002.

17. Nagai, M., Moran, A., Tamura, Y., Koizumi, S. **Identification And Control Of Nonlinear Active Pneumatic Suspension For Railway Vehicles, Using Neural Networks.** Tokyo University of Agriculture and Technology, Japan. 1997.
18. HEDRIEK, J.K. & YI, K. **The Effect of Alternative Heavy Truck Suspensions on Flexible Pavement Response.** The University of California Transportation Center, California. 1991.
19. \_\_\_\_\_. **Suspensão – Veículos Rodoviários Automotores – NBR 9506.** Rio de Janeiro, 1986.
20. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cálculo e Projeto de Feixe de Molas para Veículos Rodoviários – NBR 8567.** Rio de Janeiro, 1984.
21. DaimlerChrysler do Brasil. **Global Training – Tecnologia do Produto.** 1ºed. Campinas. 2001.]
22. KITCHING, K.J. COLE, D.J. CEBON, D. **An Experimental Investigation Of Preview Control.** Cambridge University Engineering Department, Inglaterra. 1998.
23. OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno.** 2ºed. Prendice Hall. 1990.
24. XIAO, J. & KULAKOWSKI, B. T. **Sliding Mode Control Of Active Suspension For Transit Buses Based On A Novel Air- Spring Model.** Pennsylvania, EUA. 2003.
25. RÜDIHGER, F. **Modeling and Estimation of Damping in Non-Linear Random Vibration.** PhD thesis at Technical University of Denmark, 2002.

26. ACCURSO, M. A. F. **Análise do Conforto Vibracional de um Caminhão Através de um Modelo e um Dispositivo Hidráulico.** São Paulo. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - USP 2002.
27. SHAW, I.S. & SIMÕES, M.G. – **Controle e Modelagem Fuzzy.** Edgard Blücher. São Paulo. 1999.
28. PASSINO, K. M. & YURKOVICH, S. **Fuzzy Control.** Addison-Wesley Longman. Ohio. 1997
29. HIROTA, K. & SUGENO, M. – **Industrial Applications of Fuzzy Technology in the World.** Tokyo Institute of Technology. Word Scientific. 1995.